МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЯЗАНСКОЙ ОБЛАСТИ

ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«РЯЗАНСКИЙ КОЛЛЕДЖ ЭЛЕКТРОНИКИ»

требованиями ФГОС по специальности 23.02.03. Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта УТВЕРЖДАЮ

Составлено в соответствии с

РАССМОТРЕНО на заседании цикловой комиссии

Председатель цикловой комиссии
/ Зверева Е.Н. /

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по УМР

____/Ларина М.Е./

Методические рекомендации для студентов по выполнению практических работ по дисциплине Техническая механика

для специальности

23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта

Преподаватель А.И. Терехова

Рязань 2017

Предисловие.

Рабочей программой учебной дисциплины «Техническая механика» для специальности 23.02.03. Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта на проведение практических занятий предусмотрено 20 часов.

Выполнение студентами практических работ направлено на:

- Обобщение, систематизацию и углубление полученных теоретических знаний по основным темам дисциплины «Техническая механика»;
- формирование умений применять полученные знания на практике, составлять кинематические схемы и выполнять расчёты конструкций, работать с нормативной документацией, инструктивными документами, справочниками и т.д.;
- формирование исследовательских умений (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и т.д.)
- развитие аналитических и проектировочных умений.

В процессе каждой практической работы студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя. Продолжительность одного занятия - два академических часа.

Задания для практических работ сопровождаются вопросами для подготовки к выполнению работы, краткими теоретическими сведениями, примерами решения задач, чертежами, которые помогут студентам при подготовке к занятию и при непосредственном выполнении задания.

Перед началом каждой практической работы следует проводить со студентами беседу, в ходе которой выясняется степень их подготовленности. Ответы студентов оцениваются. Студенты, неудовлетворительно подготовившиеся, не допускаются к выполнению заданий.

После выполнения индивидуального задания студент должна предоставить отчёт о проделанной работе с обсуждением полученных результатов и выводов, ответить на контрольные вопросы, которые прилагаются к каждой работе. После этого выставляются оценки по пятибалльной системе и в дальнейшем они учитываются как показатели текущей успеваемости студентов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими общими и профессиональными компетенциями:

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заланий.

- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности. Техник должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими видам деятельности:
- ПК 1.1. Организовывать и проводить работы по техническому обслуживанию и ремонту автотранспорта.
- ПК 1.2. Осуществлять технический контроль при хранении, эксплуатации, техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.
- ПК 1.3. Разрабатывать технологические процессы ремонта узлов и деталей.
- ПК 2.3. Организовывать безопасное ведение работ при техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.

СОДЕРЖАНИЕ

<u>Практическая работа №1. </u> Равновесие плоской системы произвольно расположенны
сил5
Практическая работа №2. Определение положения центра тяжести плоской фигуры сложной геометрической формы16
<u>Практическая работа №3.</u> Определение кинематических параметров точки и гвердого тела
<u>Практическая работа №4.</u> Применение законов динамики к решению задач. Вычисление работы и мощность силы, КПД30
<u>Практическая работа №5. Р</u> асчёт на прочность при растяжении и сжатии. Определение относительного удлинения бруса при растяжении и сжатии36
<u>Практическая работа №6.</u> Практические расчеты на срез и смятие41
<u>Практическая работа №7.</u> Расчёты на прочность и жёсткость при кручении45
<u>Практическая работа №8.</u> Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов при изгибе. Расчет на прочность при изгибе по нормальным напряжениям
<u>Практическая работа №9.</u> Кинематический и силовой расчет двухступенчатого привода
<u>Практическая работа №10.</u> Расчёт зубчатых цилиндрических и червячных передач

<u>Практическая работа №1.</u> Использования условий равновесие плоской системы произвольно расположенных сил для нахождения реактивных сил.

Цель работы:

- 1. Научиться использовать условия равновесия плоской системы сходящихся сил для нахождения реакций опор.
- **2.** Научиться использовать условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил для нахождения реакций шарнирных опор балки.
- **3.** Научиться использовать условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил для нахождения реакций опор рамы.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Какие тела называются свободными, а какие связанными?
- В чём состоит принцип освобождаемости твёрдого тела от связи?
- Как определить момент силы относительно точки?
- Назовите уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил.
- Назовите уравнения равновесия плоской системы произвольно расположенных сил.
- Какие силы называются распределёнными, а какие сосредоточенными?
- Что называется интенсивностью распределённой нагрузки?
- Как заменить равнодействующей равномерно распределённые силы по некоторой поверхности?

2. Краткие теоретические сведения:

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, то равны нулю алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из двух произвольно выбранных взаимно перпендикулярных осей Ох и Оу:

$$\begin{cases} \sum_{k} F_{kx} = 0 \\ \sum_{k} F_{ky} = 0 \end{cases}$$

Если плоская система произвольно расположенных сил находится в равновесии, то равны нулю алгебраические суммы моментов всех сил системы относительно каждой точки плоскости и равны нулю алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую произвольно выбранную ось плоскости. На основе этого условия можно составить такие системы уравнений

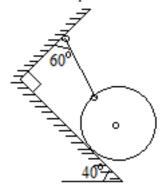
$$\begin{cases} \sum_{k} M_{A}(\vec{F}_{k}) = 0 \\ \sum_{k} M_{B}(\vec{F}_{k}) = 0 \\ \sum_{k} F_{kz} = 0 \end{cases}$$
 или
$$\begin{cases} \sum_{k} M_{A}(\vec{F}_{k}) = 0 \\ \sum_{k} F_{kx} = 0 \\ \sum_{k} F_{ky} = 0 \end{cases}$$

Чтобы выполнить проверку правильности определения реакций опор, необходимо составить уравнение, в которое будут входить все найденные значения реакций опор.

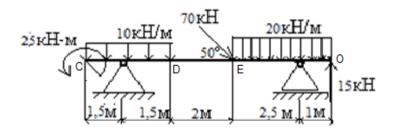
3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - задачи 1 и 2, решенные правильно - оценка «3», задачи 2 и 3 - оценка «4» (решенные с небольшими недочетами) или «5» (полностью и правильно решенные) Студенты самостоятельно определяют, над задачами какой сложности будут работать

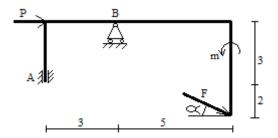
Задача 1. Определить величину и направление реакций связей, если вес груза G=30кH.



Задача 2. Определить реакции опор балки без учета ее веса



Задача 3. Плоская рама закреплена в скользящей заделке A и опирается на подвижный шарнир B. На раму действуют силы $F = 10\kappa H$, $P = 5\kappa H$ и момент $m = 12\kappa H \cdot M$. Определить реакции опор, если $\cos \alpha = 0.8$.



4. Порядок выполнения работы

Залача 1.

- 1. изобразим на чертеже все силы (активные и реактивные) системы, находящейся в равновесии
- 2. выберем оси координат х и у, и построим в этих осях вектора всех сил системы
- 3. составим два уравнения равновесия (сумму проекций всех сил системы на ось х приравняем к нулю, и сумму проекций всех сил системы на ось у приравняем к нулю)
- 4. решим систему из составленных уравнений и найдем неизвестные реактивные силы
- 5. выполним проверку выберем другие координатные оси х и у: найдем суммы проекций всех сил системы (с учетом найденных сил реакции связей) на ось х и у, и убедимся, что эти суммы равны нулю.
- 6. сделаем вывод и запишем ответ

Задача 2.

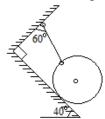
- 1. выберем оси координат z (совпадает с осью балки) и у (перпендикулярна оси z)
- 2. освободимся от опор и заменим их действие на балку силами реакции (места их приложения обозначим точками А и В); если есть сила, не параллельная ни одной из осей, то разложим ее на составляющие по осям z и у.
- 3. составим три уравнения равновесия (сумму проекций всех сил системы на ось z приравняем к нулю; сумму моментов всех сил относительно точки A приравняем к нулю; сумму моментов всех сил относительно точки В приравняем к нулю)
- 4. решим систему из составленных уравнений и найдем неизвестные реактивные силы
- 5. выполним проверку составим сумму проекций всех сил системы на ось у и убедимся, что она равна нулю.
- 6. сделаем вывод и запишем ответ

Задача 3.

- 1. выберем оси координат х и у
- 2. освободимся от опор и заменим их действие на балку силами реакции (места их приложения обозначим точками А и В); заменим равномерно распределенную нагрузку равнодействующей силой; если есть сила, не параллельная ни одной из осей, то разложим ее на составляющие по осям х и у.
- 3. составим три уравнения равновесия (сумму проекций всех сил системы на ось х приравняем к нулю; сумму проекций всех сил системы на ось у приравняем к нулю; сумму моментов всех сил относительно точки А приравняем к нулю)
- 4. решим систему из составленных уравнений и найдем неизвестные реактивные силы
- 5. выполним проверку составим сумму моментов всех сил системы относительно произвольной точки и убедимся, что она равна нулю.
- 6. сделаем вывод и запишем ответ

Примеры решения задач:

Задача 1а. Определить величину и направление реакций связей, если вес груза G=30кH.

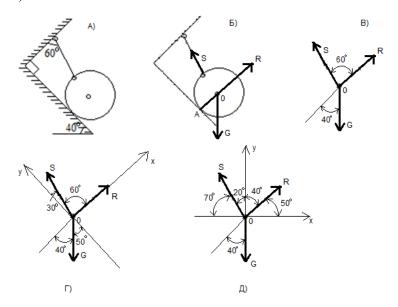


Решение.

В задаче рассматривается равновесие тела, опирающегося на плоскость и подвешенного на нити. Заменим тело точкой О, совпадающей с центром тяжести.

Приложим к точке O активную силу, которой является собственно вес тела . Направим ее вниз (рис. G).

Мысленно отбросим связи – плоскость и нить. Заменим их действие на точку О реакциями связи. Реакция плоскости R проходит по нормали к плоскости в точке A, а реакция в нити S – по нити от точки. Обе реакции и вес тела или линии их действия должны пересекаться в точке O (рис. Б).



Изобразим действующие силы в виде системы трех сходящихся сил на отдельном чертеже (рис. В).

Выберем положение системы координат. Начало координат совмещаем с точкой O. Ось x совмещаем с направлением линии действия реакции R, а ось y направим перпендикулярно оси x (рис. Γ).

Составим сумму проекций всех сил на оси координат:

$$\sum X = R + S\cos 60^{\circ} - G\cos 40^{\circ} = 0$$
$$\sum Y = S\cos 30^{\circ} - G\cos 50^{\circ} = 0$$

Решим систему уравнений. Из второго уравнения находим

$$S = \frac{G\cos 50^{\circ}}{\cos 30^{\circ}} = \frac{30 \cdot 0,645}{0,866} = 22,27\kappa H$$

Из первого уравнения находим

$$R = G\cos 40^{\circ} - S\cos 60^{\circ} = 30.0,766 - 22,27.0,5 = 11,84\kappa H$$

Выполним проверку решения.

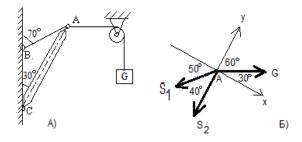
Расположим оси координат, ка показано на рисунке Д). Составим суммы проекций сил на вновь принятые оси и убедимся, что они равны нулю

$$\begin{split} \sum X &= R\cos 50^{\circ} - S\cos 70^{\circ} = 11,84 \cdot 0,645 - 22,27 \cdot 0,342 \approx 0 \\ \sum Y &= R\cos 40^{\circ} + S\cos 20^{\circ} - G = 11,84 \cdot 0,766 + 22,27 \cdot 0,94 - 30 \approx 0 \,. \end{split}$$

Ответ: $S = 22,27\kappa H R = 11,84\kappa H$

Задача 1б.

Определить усилия в нити и стержне кронштейна, если вес груза $G = 20 \, \text{kH}$ (рис. A)?



Решение.

Рассмотрим равновесие точки А, в которой сходятся все стержни и нити.

Активной силой является вес груза $G = 20 \, \kappa H$. Она действует горизонтально слева направо, так как груз перекинут через блок.

Отбросим связи — стержень и нить. Усилие в нити обозначим S_1 и направим от точки A, так как нить может испытывать только растяжение. Усилие в стержне обозначим S_2 и тоже направим от точки A, предполагая что стержень растянут.

Выполним на отдельном чертеже схему действия сил в точке А (рис. Б).

Выбираем систему координат, как показано на рисунке Б).

Составляем и решаем уравнения равновесия:

$$\sum X = G\cos 30^{\circ} - S_{1}\cos 50^{\circ} = 0$$
$$\sum Y = G\cos 60^{\circ} - S_{2} - S_{1}\cos 40^{\circ} = 0$$

Из первого уравнения находим

$$S_1 = \frac{G\cos 30^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{20 \cdot 0,866}{0,643} = 26,94\kappa H$$

Из второго уравнения находим

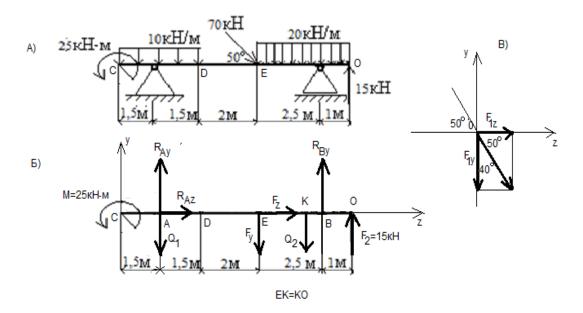
$$S_2 = G\cos 60^\circ - S_1\cos 40^\circ = 20\cdot 0.5 - 26.94\cdot 0.766 = -10.64\kappa H$$

Знак «-» означает, что направление силы S_2 надо поменять на противоположное и стержень на самом деле будет сжиматься.

Как и в задаче 1. необходимо выполнить проверку, выбрав другое направление координатных осей. Сделайте это самостоятельно.

Ответ:
$$S_1 = 26,94\kappa H$$
 , $S_2 = 10,64\kappa H$

Задача 2. Определить реакции опор балки без учета ее веса (рис. А) .



Решение.

Освобождаемся от опор и заменяем их действие реакциями опор (рис Б).

Левая опора — шарнирно-неподвижная, в ней возникают две реакции R_{Ay} и R_{Az} . Правая опора — шарнирно-подвижная, в ней возникает одна реакция — вертикальная R_{By} .

E = 70vH

Силу $F_1 = 70\kappa H$, приложенную в точке E, разложим на две составляющие по осям у и z (рис. B):

$$F_{1y} = F_1 \cos 40^\circ = 70 \cdot 0,766 = 53,62 \kappa H$$

$$F_{1z} = F_1 \cos 50^\circ = 70 \cdot 0,643 = 45,01 \kappa H$$

Распределенную нагрузку на участке CD интенсивностью $q_1 = 10 \frac{\kappa H}{_M}$ заменим равнодействующей силой $Q_1 = q_1 \cdot CD = 10 \cdot 3 = 30 \kappa H \cdot _M$, приложенной в середине отрезка CD (в точке A).

Распределенную нагрузку на участке EO интенсивностью $q_2 = 20 \frac{\kappa H}{_M}$ заменим равнодействующей силой $Q_2 = q_2 \cdot EO = 20 \cdot 3,5 = 70 \kappa H \cdot _M$, приложенной в середине отрезка EO (в точке K, EK=KO=1,75 м).

Составим уравнения равновесия:

$$\sum M_A = M - F_{1y} \cdot AE - Q_2 \cdot AK + R_{By} \cdot AB + F_2 \cdot AO = 0$$

$$R_{By} = \frac{-M + F_{1y} \cdot AE + Q_2 \cdot AK - F_2 \cdot AO}{AB} = \frac{-25 + 53,62 \cdot 3,5 + 70 \cdot 5,25 - 15 \cdot 7}{6} = 70,86\kappa H$$

$$\sum M_B = M + F_{1y} \cdot BE + Q_2 \cdot BK - R_{Ay} \cdot BA + Q_1 \cdot BA + F_2 \cdot BO = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{-M - F_{1y} \cdot BE - Q_2 \cdot BK - Q_1 \cdot BA - F_2 \cdot BO}{-AB} =$$

$$=\frac{-25-53,62\cdot 2,5-70\cdot 0,75-30\cdot 6-15\cdot 1}{-6}=67,76\kappa H$$

$$\sum Z = R_{Az} + F_z = 0$$

$$R_{Az} = -F_z = -45,01\kappa H$$

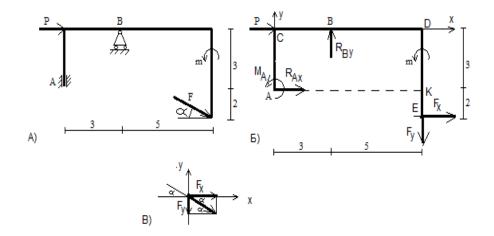
Знак «-» означает, что R_{Az} направлена в сторону противоположную показанной на рисунке Б)

Выполним проверку решения по уравнению $\sum Y = 0$

$$\sum Y = R_{Ay} - Q_1 - F_{1y} - Q_2 + R_{By} + F_2 = 67,76 - 30 - 53,62 - 70 + 70,86 + 15 = 0$$

OTBET:
$$R_{Ay} = 67,76\kappa H$$
, $R_{Az} = 45,01\kappa H$ $R_{By} = 70,86\kappa H$.

Задача За. Плоская рама (рис. А) закреплена в скользящей заделке А и опирается на подвижный шарнир В. На раму действуют силы $F = 10\kappa H$, $P = 5\kappa H$ и момент $m = 12\kappa H \cdot M$. Определить реакции опор, если $\cos \alpha = 0.8$.



Решение.

Выберем оси координат х и у как показано на рисунке Б).

Заменим действие связей реакциями: в скользящей заделке А возникают две реакции — горизонтальная сила R_{Ax} и момент M_A . Реакция подвижного шарнира В вертикальная R_{By} (рис. Б).

Силу F разложим по направлениям осей x и y:

$$F_{r} = F \cdot \cos \alpha = 10 \cdot 0.8 = 8\kappa H$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0.6 = 6\kappa H$$
, the $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0.8^2} = 0.6$

Уравнения равновесия имеют вид

$$\sum X = R_{Ax} + F_x + P = 0$$

$$\sum Y = R_{By} - F_y = 0$$

$$\sum M_A = M_A + R_{By} \cdot CB - F_y \cdot CD + F_x \cdot EK + m - P \cdot AC = 0$$

Решаем систему уравнений:

$$R_{Ax} = -F_x - P = -8 - 5 = -13\kappa H$$

$$R_{Bv} = F_v = 6\kappa H$$

$$M_{A} = -R_{By} \cdot CB + F_{y} \cdot CD - F_{x} \cdot EK - m + P \cdot AC = -6 \cdot 3 + 6 \cdot 8 - 8 \cdot 2 - 12 + 5 \cdot 3 = 17 \kappa H \cdot m$$

Для проверки решения составим сумму моментов всех сил, действующих на раму, включая реакции, относительно произвольной точки, например, D:

$$\sum M_{D} = M_{A} - R_{By} \cdot BD + R_{Ax} \cdot KD + F_{y} \cdot 0 + F_{x} \cdot DE + m - P \cdot 0 =$$

$$= M_{A} - R_{By} \cdot BD + R_{Ax} \cdot KD + F_{x} \cdot DE + m = 17 - 6 \cdot 5 - 13 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 12 = 0$$

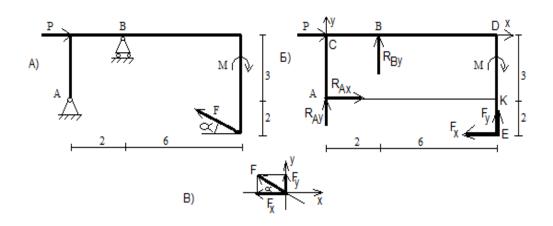
Решение найдено верно.

Знак «-» в значении $R_{{\scriptscriptstyle A}{\scriptscriptstyle X}}$ показывает, что направление этой силы надо поменять на противоположное.

Othet:
$$R_{Ax} = 13\kappa H$$
, $R_{By} = 6\kappa H$, $M_A = 17\kappa H \cdot M$

Задача 3б.

Плоская рама (рис. А) закреплена в шарнире А и опирается на подвижный шарнир В. На раму действуют силы $F=10\kappa H$, $P=2\kappa H$ и момент $M=34\kappa H\cdot M$. Определить реакции опор, если $\cos\alpha=0.8$



Решение.

Заменим действие связей реакциями: в шарнире А возникают две реакции — горизонтальная сила R_{Ax} и вертикальная сила R_{Ay} . Реакция подвижного шарнира В вертикальная R_{By} (рис. Б).

Силу F разложим по направлениям осей x и у:

$$F_{\rm r} = F \cdot \cos \alpha = 10 \cdot 0.8 = 8\kappa H$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$$
, righthat $F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$, righthat $F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$, righthat $F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$, righthat $F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$, righthat $F_y = F \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6\kappa H$

Уравнения равновесия имеют вид

$$\sum X = R_{Ax} - F_x + P = 0$$

$$\sum Y = R_{Ay} + R_{By} + F_y = 0$$

$$\sum M_A = R_{By} \cdot CB + F_y \cdot CD - F_x \cdot EK - M - P \cdot AC = 0$$

Решаем систему уравнений:

$$R_{Ax} = F_x - P = 8 - 2 = 6\kappa H$$

$$R_{By} = \frac{-F_y \cdot CD + F_x \cdot EK + M + P \cdot AC}{CB} = \frac{-6 \cdot 8 + 8 \cdot 2 + +34 + 2 \cdot 3}{2} = 4\kappa H$$

$$R_{Ay} = -R_{By} - F_y = -4 - 6 = -10\kappa H$$

Для проверки решения составим сумму моментов всех сил, действующих на раму, включая реакции, относительно произвольной точки, например, D:

$$\sum M_{D} = -R_{By} \cdot BD + R_{Ax} \cdot KD - R_{Ay} \cdot CD + F_{y} \cdot 0 - F_{x} \cdot DE - M - P \cdot 0 =$$

$$= -R_{By} \cdot BD + R_{Ax} \cdot KD - R_{Ay} \cdot CD - F_{x} \cdot DE - M = -4 \cdot 6 + 6 \cdot 3 + 10 \cdot 8 - 8 \cdot 5 - 34 = 0$$

Решение найдено верно.

Знак «-» в значении $R_{{\scriptscriptstyle A}{\scriptscriptstyle y}}$ показывает, что направление этой силы надо поменять на противоположное.

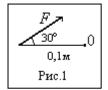
OTBET: $R_{Ax} = 6\kappa H$, $R_{By} = 4\kappa H$, $R_{Ay} = 10\kappa H$

5. Содержание отчёта:

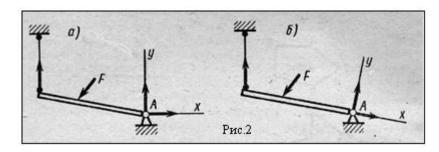
- **5.1.** Номер и название работы.
- 5.2. Формулировка задания.
- 5.3. Расчётная схема с указанием реактивных сил и моментов (для каждой задачи).
- **5.4.** Подробные расчеты, в том числе проверка правильности определения реактивных сил (для каждой задачи).
- 5.5. Вывод о проделанной работе (для каждой задачи).

6. Контрольные вопросы:

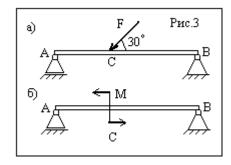
- **6.1.** Чему равен момент силы F=200 H относительно точки O (рис. 1)?
- **6.2**. Можно ли утверждать, что тело находится в равновесии под действием произвольной плоской системы сил, если известно только, что относительно одной из его точек сумма моментов равна нулю (рассматриваемое тело не является рычагом)?



- **6.3.** Почему в шарнирных опорах брусьев возникают только реактивные силы, а в заделке, кроме того, и реактивный момент?
- **6.4.** Получим ли мы совпадающие результаты для составляющих реакций шарнира А при различном направлении координатных осей? То же для полной реакции шарнира А (рис.2, a, б)?



6.5. Определить опорные реакции бруса, если F=10 кH, M=10 $H \cdot M$, AC=2M, CB=3M (рис.3, a, б)?



7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.ru/

<u>Практическая работа №2.</u> Определение положения центра тяжести плоской фигуры сложной геометрической формы.

Цель работы: научиться определять положение центра тяжести фигуры сложной геометрической фигуры аналитическим способом для двух вариантов фигуры:

- 1. фигура разбивается на конечное число простых геометрических фигур
- 2. фигура составлена из профилей проката

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Что называется центром тяжести тела?
- Назовите основные свойства центра тяжести тела.
- Назовите способы определения положения центра тяжести.
- Где находится центр тяжести однородного треугольника, круга, прямоугольника, квадрата?
- По каким формулам определяют координаты центра тяжести плоской фигуры?

2. Краткие теоретические сведения:

Аналитический способ определения центра тяжести плоской фигуры сложной геометрической формы.

Для определения положения центра тяжести фигур сложной геометрической формы их разбивают на такие части простейшей формы (если, конечно это возможно), для которых положение центров тяжести известно, а затем определяют положение центра тяжести всей фигуры или тела по соответствующим формулам:

$$x_{C} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_{k} x_{k}}{\sum_{k=1}^{n} A_{k}}; \qquad y_{C} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_{k} y_{k}}{\sum_{k=1}^{n} A_{k}};$$
(1)

где A_k - площади частей, на которые разбито данное тело, фигура или линия; x_k , y_k - координаты центров тяжести этих частей.

Если в данном теле или фигуре имеются полости или отверстия, то для определения центра тяжести такого тела или фигуры пользуются теми же приёмами и формулами, считая при этом площади вырезанных частей отрицательными.

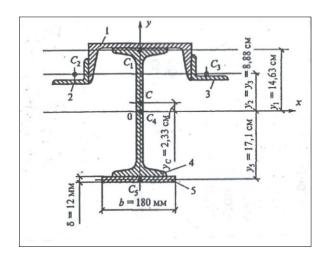
В технической практике широкое распространение имеет стальной прокат различного профиля. Форма этих поперечных сечений, так же как и их размеры, устанавливаются государственными стандартами. В таблицах так называемого нормального сортамента прокатной стали, имеющихся в различного рода технических справочниках, приводятся для каждого калибра соответствующего профиля все необходимые сведения, в частности геометрические размеры профиля, площадь сечения, координаты центра тяжести и пр. Пользуясь этими данными, можно указанными выше приемами

определить положение центра тяжести и составного сечения, полученного путём соединения нескольких стандартных профилей.

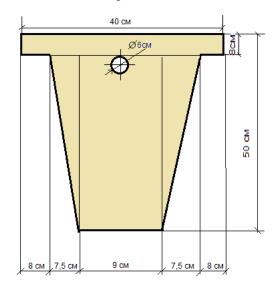
3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - одна задача, решенная правильно - оценка «3», две задачи - оценка «4» (решенные с одной ошибкой) или «5» (полностью и правильно решенные) Студенты самостоятельно определяют, над задачей какой сложности будут работать. (работа может быть проведена в групповой форме по 4 человека в каждой подгуппе)

Задача 1. Определить положение центра тяжести сечения, составленного из прокатных профилей двутавр №33, Швеллер №27, Уголок 90х56х56 мм, лист 12 х180 мм.



Задача 2. Определить положение центра тяжести сечения.



4. Порядок выполнения работы

Задача 1.

- 1. Выполним чертеж сечения
- 2. Разобьем сечение в соответствии с профилями проката и обозначим их 1,2,3,4 ...

- 3. Укажем на чертеже центры тяжести каждого профиля и обозначим их соответственно C_1, C_2, C_3, C_4 и C_5
- 4. Выберем систему осей координат х и у.
- 5. Определим площади (по справочным таблицам прокатов) и координаты центров тяжести отдельных профилей проката в осях х и у.
- 6. В формулу (1) для определения координаты центра тяжести сечения подставим значения координат и площадей отдельных профилей проката, полученные в п.5.
- 7. Укажем на чертеже положение центра тяжести.
- 8. Выполним проверку (смотри пример решения задачи 1)

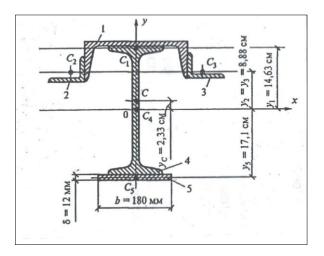
Задача 2.

- 1. Выполним чертеж сечения (чертеж должен быть хорошо читаемым)
- 2. Разобьем сечение на простые фигуры (круг, прямоугольник, треугольник, квадрат) и обозначим их 1,2,3,4 ...
- 3. Укажем на чертеже центры тяжести каждой простой фигуры и обозначим их соответственно $C_1, C_2, C_3, C_4 \dots$
- 4. Выберем систему осей координат х и у.
- 5. Определим площади и координаты центров тяжести отдельных простых фигур в осях х и у.
- 6. В формулу (1) для определения координаты центра тяжести сечения подставим значения координат и площадей отдельных простых фигур, полученные в п.5.
- 7. Укажем на чертеже положение центра тяжести.
- 8. Выполним проверку (смотри пример решения задачи 2)

Примеры решения задач:

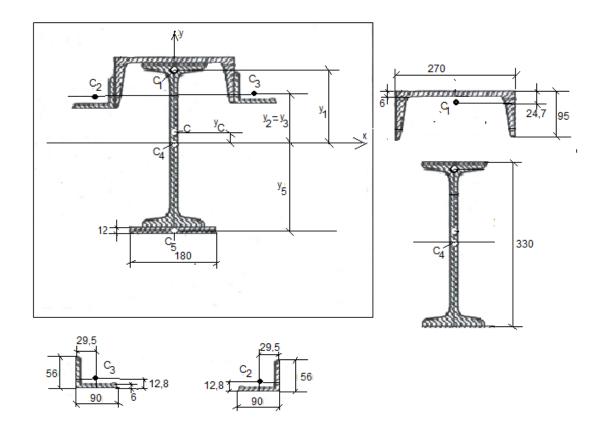
Задача 1.

Определить положение центра тяжести сечения, составленного из прокатных профилей двутавр №33, Швеллер №27, Уголок 90x56x56 мм, лист 12 x180 мм.



Решение.

Разобьем сечение в соответствии с профилями проката и обозначим их 1,2,3,4 и 5



Укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их соответственно C_1, C_2, C_3, C_4 и C_5

Выберем систему осей координат. Ось у совместим с осью симметрии, а ось х направим перпендикулярно оси у и проведем через центр тяжести двутавровой балки.

Так как сечение имеет ось симметрии, то центр тяжести лежит на данной оси, т.е. $x_{\rm C}=0$.

Формула для определения второй координаты центра тяжести сечения

$$y_C = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3 + S_4 y_4 + S_5 y_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5} = \frac{S_1 y_1 + 2 S_2 y_2 + S_4 y_4 + S_5 y_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5}.$$

Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката (для этого воспользуемся ГОСТ 8609-86 Сталь прокатная угловая равнопрочная, ГОСТ 8510-86 Сталь прокатная угловая неравнопрочная, ГОСТ8239-72 Сталь прокатная – балки двутавровые, ГОСТ 8240-72 Сталь прокатная – швеллеры).

$$S_1 = 35,2 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$$
, $S_2 = S_3 = 8,54 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$, $S_4 = 53,8 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$, $S_5 = 180 \cdot 12 = 21,6 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$. $y_1 = \frac{330}{2} + 6 - 24,7 = 146,3 \text{ mm}$

$$y_2 = y_3 = \frac{330}{2} + 6 - 95 + 12,8 = 88,8$$
 MM $y_4 = 0$

$$y_5 = -\left(\frac{330}{2} + \frac{12}{2}\right) = -171$$
mm

Вычислим координату центра тяжести сечения

$$y_C = \frac{35,2 \cdot 10^2 \cdot 146,3 + 2 \cdot 8,54 \cdot 10^2 \cdot 88,8 + 53,8 \cdot 10^2 \cdot 0 + 21,6 \cdot 10^2 \left(-171\right)}{35,2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 8,54 \cdot 10^2 + 53,8 \cdot 10^2 + 21,6 \cdot 10^2} = 23,3 \text{мм}$$

Укажем положение центра тяжести С сечения на чертеже.

Проверка решения. Проведем ось х по нижней грани листа. Площади профилей останутся теми же, а координаты центров тяжести изменятся. Определите их значение самостоятельно (при этом $y_C = 200,3$ мм)

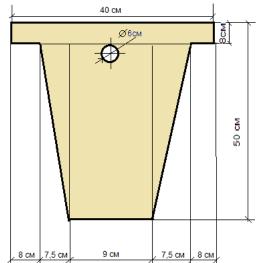
Разность между координатами должна быть равна расстоянию между осями х в первом и во втором решении:

$$200,3-23,3=\frac{330}{2}+12$$
, откуда 177 мм $=177$ мм

Ответ:
$$y_C == 23,3 \text{мм}$$
, при проверке $y_C == 200,3 \text{мм}$.

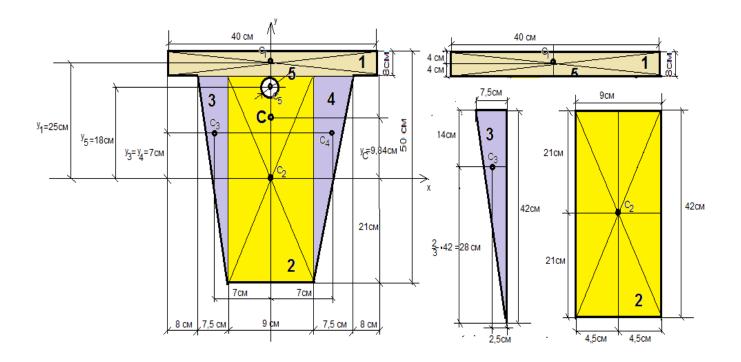
Залача 2.

Определить положение центра тяжести сечения, состоящего из простых геометрических фигур.



Решение.

Разобьем сечение на пять фигур: два прямоугольника 1 и 2, два треугольника 3 и 4 и круг 5.



Укажем центры тяжести простых фигур: C_1 , C_2 (центр тяжести прямоугольника находится в точке пересечения его диагоналей), C_3 , C_4 (центр тяжести треугольника находится в точке пересечения его медиан), C_5 (центр тяжести круга находится в его геометрическом центре).

Выберем систему координат. Ось х проведем через центр тяжести C_2 прямоугольника 2, а ось у совместим с осью симметрии сечения (если сечение имеет ось симметрии, то его центр тяжести находится на оси симметрии).

Определим координаты центра тяжести сечения.

 $x_{\rm C} = 0$, так как центр тяжести лежит на оси симметрии, а значит на оси у.

$$y_C = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3 + S_4 y_4 - S_5 y_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_5} = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + 2S_3 y_3 - S_5 y_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_5}$$

Определим площади простых фигур и положения их центров тяжести (смотри Приложение, Таблица 2).

$$S_1 = 40.8 = 320cm^2$$
, $S_2 = 9.42 = 378cm^2$, $S_3 = S_4 = \frac{1}{2}7.5.42 = 157.5cm^2$,

$$S_5 = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} = 28,3cM^2$$

$$y_1 = \frac{42}{2} + \frac{8}{2} = 25 \, cM$$

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = y_4 = \frac{2}{3} \cdot 42 - \frac{1}{2} \cdot 42 = 28 - 21 = 7cM$$

$$y_5 = 21 - 3 = 18cM$$

Вычислим координату центра тяжести сечения

$$y_C = \frac{320 \cdot 25 + 378 \cdot 0 + 2 \cdot 157, 5 \cdot 7 - 28, 3 \cdot 18}{320 + 378 + 2 \cdot 157, 5 - 28, 3} = 9,84 \text{cm}$$

Отметим положение центра тяжести С на чертеже.

Для проверки ось х можно провести по нижней грани сечения. В этом случае $y_C = 30,\!84cM$. Поскольку 30,84-21=9,84 см, то решение верно.

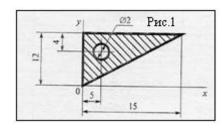
Ответ: $y_C = 9,84cM$, если ось проходит через центр тяжести C_2 .

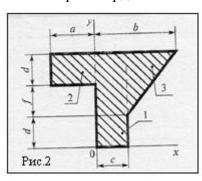
5. Содержание отчёта:

- 5.1. Номер и название работы.
- 5.2. Формулировка задания (для каждой задачи).
- **5.3.** Чертёж с указанием всех размеров, способа разбиения на части, положения центров тяжести частей. Чертеж должен быть достаточно крупным, хорошо читаемым.(для каждой задачи)
- 5.4. Подробные расчеты (для каждой задачи).
- **5.5.** Указать на чертеже положение найденного центра тяжести сложной фигуры (для каждой задачи).
- 5.6. Вывод о проделанной работе (для каждой задачи).

6. Контрольные вопросы:

- 6.1. Где находится центр тяжести у фигуры, имеющей ось или центр симметрии?
- **6.2.**Как определить положение центра тяжести плоской фигуры сложной геометрической формы?
- 6.3. Определить положение центра тяжести пластины (рис. 1).
- **6.4.**Определить положение центра тяжести пластины (рис.2), если a=80мм, b=90мм, c=30мм, d=f=20мм.
- 6.5. Зависит ли положение центра тяжести от выбора координатных осей?





7.

Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

<u>Практическая работа №3.</u> Определение кинематических параметров точки и твердого тела.

Цель работы: научиться определять кинематические параметры точки по известному закону движения и кинематические параметры вращающегося твердого тела по известному закону движения.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Какими способами можно задать движение точки?
- Как определить скорость точки при естественном и координатном способах задания движения?
- Назовите формулы для вычисления касательного и нормального ускорения точки.
- Назовите единицы измерения в системе СИ скорости и ускорения точки.
- Как задается движение вращающегося твердого тела?
- Назовите формулы для вычисления угловой скорости и углового ускорения.
- Назовите единицы измерения в системе СИ угловой скорости и углового ускорения.
- Какие формулы связывают угловые кинематические величины вращающегося твердого тела с линейными кинематическими величинами для отдельных его точек?

2. Краткие теоретические сведения:

При естественном способе задания движения точки модуль мгновенной скорости \vec{v} точки вычисляется по формуле

$$v = s'(t) \quad ,$$

где s = s(t) - закон движения точки, т.е. модуль мгновенной скорости v точки равен первой производной пути по времени.

Вектор мгновенной скорости точки направлен по касательной к ее траектории.

Касательная (тангенсальная) составляющая ускорения точки вычисляется по формуле

$$a_{\tau}=v'(t),$$

где v = v(t) - закон изменения скорости точки с течением времени ,т.е. касательная составляющая ускорения равна первой производной по времени от модуля скорости, определяя тем самым быстроту изменения скорости по модулю.

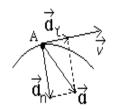
Вектор касательной составляющей ускорения точки направлен по касательной к траектории точки (совпадает с направлением вектора скорости, если движение ускоренное, и противоположно ему, если движение точки замедленное.)

Нормальная составляющая ускорения вычисляется по формуле

$$a_n = \frac{v^2}{r},$$

где v - значение скорости в данный момент времени, r -радиус кривизны траектории в данный момент времени.

Нормальная составляющая ускорения точки направлена по нормали к траектории к центру её кривизны (поэтому её называют также **центростремительным ускорением**).



Полное ускорение тела есть геометрическая сумма касательной и нормальной составляющих и вычисляется по форомуле:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

При вращении тела вокруг оси *г* угол поворота тела изменяется с течением времени, следовательно, он является некоторой функцией времени:

$$|\varphi = f(t)|^{1}$$

уравнение, устанавливающее зависимость между углом поворота тела и временем его движения, называется уравнением вращательного движения тела.

Угловая скорость тела вычисляется по формуле $\omega = \varphi'(t)$, т.е. угловая скорость находится как первая производная угла поворота тела по времени.

Зависимость между угловой скоростью ω тела в радианах в секунду и его угловой скоростью n в оборотах в минуту:

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

Нужно помнить, что в этой формуле ω всегда выражается в рад/с, а n — в об/мин.

Угловое ускорение вычисляется по формуле $\varepsilon = \omega'(t)$, т.е. угловое ускорение находится как первая производная угловой скорости по времени.

Если $\Delta \omega > 0$, то $\Delta \varepsilon > 0$, если $\Delta \omega < 0$, то $\Delta \varepsilon < 0$. В том случае, когда знаки угловой скорости ω и углового ускорения ε совпадают, вращательное движение называется ускоренным, когда противоположны – замедленным.

Численное значение скорости точки вращающегося тела равно произведению угловой скорости тела на расстояние данной точки от оси вращения:

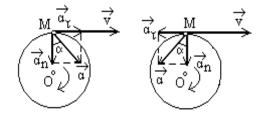
$$v = r \omega$$
.

Ускорение точки вращающегося тела, как и ускорение всякого криволинейного движения, может быть разложено на касательное ускорение \vec{a}_{τ} и нормальное ускорение \vec{a}_{η} :

$$a_{\tau} = r\varepsilon$$
 и $a_n = r\omega^2$.

Направление вектора касательного ускорения точки совпадает с направлением вектора ее скорости при ускоренном вращении тела и противоположно скорости в случае замедленного вращения . Вектор же нормального ускорения точки всегда направлен по радиусу окружности, описываемой точкой, к центру этой окружности .

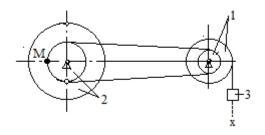
Направление вектора касательного ускорения точки всегда совпадает с направлением углового ускорения тела, а направление вектора скорости точки всегда совпадает с направлением угловой скорости тела.



3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - 1 и 2 задачи решены полностью, но с грубыми недочетами «3»

- 1 и 2 задачи решены полностью с одной ошибкой оценка «4»
- 1 и 2 задачи решены полностью и правильно оценка «5»
- **Задача 1.** Точка М движется по окружности радиуса R=1 м согласно уравнению $s=8t^5+4t$. Определить и построить для момента времени $t_1=1c$ вектора скорости, нормального, касательного и полного ускорения.
- **Задача 2.** Используя закон движения одного из тел механизма, определить для заданного момента времени $t=t_1$ скорость и ускорение точки M, скорость и ускорение тела 3, угловые скорости и угловые ускорения тел 1 и 2. $\varphi_2=3t^2+t$ pad $R_1=0,4m$ $r_1=0,2m$ $R_2=0,6m$ $r_2=0,4m$ $t_1=1c$



4. Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы рассмотрим на примерах. Студентам предлагаем проанализировать предложенные примеры решения задач и самостоятельно составить алгоритм решения задач своего варианта с учетом их особенностей.

Примеры решения задач:

Задача 1.

Точка M движется по окружности радиуса R=1 м согласно уравнению $s=8t^5+4t$

Определить и построить для момента времени $t_1 = 1c$ вектора скорости, нормального, касательного и полного ускорения.

Решение.

Скорость точки М

$$v = s' = (8t^5 + 4t)' = 8 \cdot 5t^4 + 4 = 40t^4 + 4$$

$$t_1 = 1c$$
, тогда $v = 40 \cdot 1^4 + 4 = 44 M/c$

Касательная составляющая ускорения точки М

$$a_{\tau} = v' = (40t^4 + 4)' = 40 \cdot 4t^3 + 0 = 160t^3$$

$$t_1 = 1c$$
 , тогда $a_{\tau} = 160 \cdot 1^3 = 160 \text{м}/c^2$

Нормальная составляющая ускорения точки М

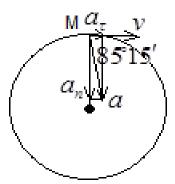
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{44^2}{1} = 1936 M/c^2$$
.

Полное ускорение точки М

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = \sqrt{160^2 + 1936^2} = 1942,6 \,\text{m/c}^2$$
.

$$\cos \alpha = \frac{a_{\tau}}{a} = \frac{160}{1942,6} \approx 0,08236$$
, откуда $\alpha = 85^{\circ}15'$.

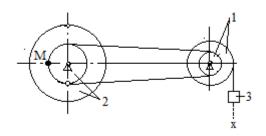
Other: v = 44 m/c, $a_{\tau} = 160 \text{ m/c}^2$, $a_n = 1936 \text{ m/c}^2$, $\alpha = 85^{\circ}15'$.



Задача 2.

Используя закон движения одного из тел механизма, определить для заданного момента времени $t=t_1$ скорость и ускорение точки M, скорость и ускорение тела 3, угловые скорости и угловые ускорения тел 1 и 2.

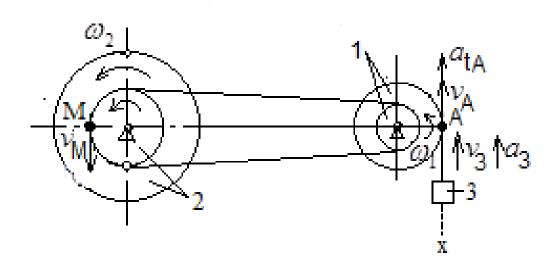
$$\varphi_2 = 3t^2 + t$$
 pad , $R_1 = 0.4M$, $r_1 = 0.2M$, $R_2 = 0.6M$, $r_2 = 0.4M$, $t_1 = 1c$.



Решение.

Шкив 2 вращается по закону $\varphi_2=3t^2+t-pa\partial$, следовательно, можем найти его угловую скорость ω_2 и угловое ускорение ε_2

$$\omega_2 = \left(\varphi_2\right)' = \left(3t^{2'} + t\right)' = 3 \cdot 2t + 1 = 6t + 1$$
-угловая скорость шкива 2 $t_1 = 1c$, тогда $\omega_2 = 6 \cdot 1 + 1 = 7 \, pa\partial/c$



$$\begin{split} \varepsilon_2 = & \left(\omega_2\right)' = \left(6t+1\right)' = 6\,pa\partial/c \, _{\text{-уугловое}} \text{ ускорение шкива 1} \\ \text{Найдем скорость} \quad v_M \quad \text{и ускорение } a_M \quad \text{точки M} \\ v_M = & \omega_2 \cdot r_2 = 7 \cdot 0, 4 = 2, 8\,m/c \, _{\text{-}} \text{ скорость точки M} \\ a_{nM} = & \left(\omega_2\right)^2 \cdot r_2 = 7^2 \cdot 0, 4 = 19, 6\,m/c^2 \, _{\text{-}} \text{ нормальная составляющая ускорения точки M} \\ a_{\tau\!M} = & \varepsilon_2 \cdot r_2 = 6 \cdot 0, 4 = 2, 4\,m/c^2 \, _{\text{-}} \text{ касательная составляющая ускорения точки M} \\ a_M = & \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{2, 4^2 + 19, 6^2} = \sqrt{389,92} = 19, 7\,m/c^2 \, _{\text{-}} \\ \cos & \alpha = \frac{a_{\tau\!M}}{a_M} = \frac{2, 4}{19, 7} \approx 0, 1218 \, _{\text{ОТКУДа}} \, \alpha = 83^\circ \, _{\text{-}} \end{split}$$

В ременной передаче угловые скорости и угловые ускорения шкивов 1 и 2 соотносятся обратно пропорционально радиусам

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{0.4}{0.2} = 2$$
, откуда $\omega_1 = 2\omega_2 = 14 pa\partial/c$ - угловая скорость шкива 2

$$\dfrac{arepsilon_1}{arepsilon_2}=\dfrac{r_2}{r_1}=\dfrac{0.4}{0.2}=2$$
 , откуда $\,arepsilon_1=2\,arepsilon_2=12\,pa\partial/c^2$ - угловая скорость шкива 2

Тело 3 движется поступательно, поэтому в каждый момент времени все его точки имеют одинаковые скорости и ускорения, т.е.

$$v_3 = v_A = \omega_1 \cdot R_1 = 14 \cdot 0, 4 = 5,6 \text{ m/c}$$

$$a_3 = a_{TA} = (\omega_1)^2 \cdot R_1 = 14^2 \cdot 0.4 = 78.4 \text{ m/c}^2$$

Otbet:
$$v_{M} = 2.8 \text{m/c}$$
, $a_{M} = 19.7 \text{m/c}^{2}$, $v_{3} = 5.6 \text{m/c}$, $a_{3} = 78.4 \text{m/c}^{2}$, $\omega_{1} = 14 \, pa \partial / c$, $\varepsilon_{1} = 12 \, pa \partial / c^{2}$, $\omega_{2} = 7 \, pa \partial / c$, $\varepsilon_{2} = 6 \, pa \partial / c$.

5. Содержание отчёта:

- **5.1.** Номер и название работы.
- **5.2.** Формулировка задания (для каждой задачи).
- 5.3. Кинематическую схему к обеим задачам.
- **5.4.** Подробные расчеты к обеим задачам.
- 5.5. Указать на схеме вектора скоростей и ускорений (для каждой задачи).
- 5.6. Вывод о проделанной работе (для каждой задачи).

6. Контрольные вопросы:

- **6.1.** Автомобиль движется по круглому арочному мосту (r = 100 M) согласно уравнению $S = 10t + t^2$. Определить касательное и нормальное ускорение автомобиля через 3c лвижения.
- **6.2.** За какое время остановится автомобиль, движущийся со скоростью $72\kappa m/u$, если при быстром торможении ускорение равно $-5m/c^2$?
- **6.3**. Закон вращательного движения тела $\varphi = t^2 + 2t$. Определить, за какое время угловая скорость тела достигнет величины $\omega = 4 \, pa \partial / c$.
- **6.4.** Закон вращательного движения тела $\varphi = 4t^3 + 2t$. Определить угловое ускорение в момент времени t = 2c.
- **6.5.** Маховое колесо $r = 0,1 \, M$ вращается равномерно и в момент времени $t = 13 \, c$ имеет $\omega = 130 \, pad/c$. Определить касательное и нормальное ускорение точек на ободе колеса в этот момент.

7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

<u>Практическая работа №4.</u> Применение законов динамики к решению задач. Вычисление работы и мощности силы, КПД.

Цель работы: научиться применять законы динамики к нахождению неизвестных сил или кинематических параметров; научиться рассчитывать работу и мошность постоянной силы.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Сформулируйте закон инерции.
- Сформулируйте основной закон динамики.
- Сформулируйте принцип независимости действия сил.
- Как вычислить работу постоянной силы на прямолинейном участке цепи?
- Дайте определение мощности силы?
- Как вычислить мощность силы, если известна скорость движения тела под действием этой силы.
- Назовите единицы измерения силы, работы и мощности силы в системе СИ.
- Что такое КПД?

2. Краткие теоретические сведения:

Основное уравнение динамики точки

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

где \vec{a} - ускорение материальной точки, \vec{F} - сила, под действием которой материальна точка приобретает ускорение, m - масса материальной точки.

Модули ускорений, сообщаемых друг другу двумя материальными точками, обратно пропорциональны массам этих точек. Направлены же эти ускорения так же, как и силы взаимодействия, т. е. по одной прямой AB в противоположные стороны.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Работа постоянной силы при прямолинейном перемещении ее точки приложения равна произведению модуля силы на длину пути, пройденного ее точкой приложения, и на косинус уела между направлением силы и направлением движения ее точки приложения.

$$A = F_t S = FS \cos \alpha$$

Мощность Р силы в данный момент времени t равна отношению элементарной работы dA силы за бесконечно малый промежуток времени, начинающийся в момент t, к величине dt этого промежутка времени:

$$P = \frac{dA}{dt}$$
.

Формуле мощности в данный момент можно придать другой вид, если подставить в нее установленное ранее выражение элементарной работы:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{F \, dS \cos \alpha}{dt} = Fv \cos \alpha$$

Мощность силы в данный момент равна произведению соответствующих этому моменту времени модуля данной силы, модуля скорости точки ее приложения и косинуса угла между направлениями силы и скорости точки ее приложения.

Отношение полезной мощности P_{Π} машины к потребляемой ею мощности P или отношение полезной работы A_{Π} за некоторый определенный промежуток времени ко всей затраченной работе A за тот же промежуток времени называется механическим коэффициентом полезного действия.

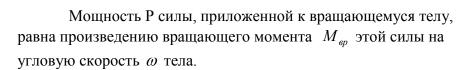
Обозначая, как это обычно принято, коэффициент полезного действия (сокращенно КПД) греческой буквой η (эта), будем иметь

$$\eta = \frac{P_{\Pi}}{P} = \frac{A_{\Pi}}{A}.$$

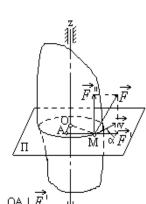
В случае, когда тело вращается под действием момента силы или пары сил ($M_{\it sp} = const$), будем иметь

$$A = M_{ep} \varphi$$
, r.e.

работа А при постоянном вращающем моменте $M_{\it ep}$ равна произведению этого момента на угол $\, \phi \,$ поворота тела.



$$P = M_{ep}\omega$$



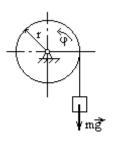
3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - одна правильно решенная задача – оценка «3»

- обе правильно решенные задачи - оценка «5», если есть одна ошибка – оценка «4»

Задача 1.

Груз массой $m=60\kappa 2$ подвешен на веревке, которая наматывается на барабан, вращающийся согласно уравнению $\phi=0.6t^2$. Определить натяжение веревки, если радиус r=0.4m.



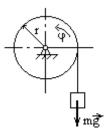
Задача 2.

Автомобиль, имеющий массу m = 1 т, трогается с места и, двигаясь равноускорено, проходит путь $s = 20 \, \text{м}$ за время $t = 5 \, \text{c}$. Какую мощность должен развивать мотор этого автомобиля, если коэффициент трения между колесами и дорогой f = 0.06?

4. Порядок выполнения работы рассмотрим на примерах решения задач:

Задача 1.

Груз массой $m = 60 \kappa 2$ подвешен на веревке, которая наматывается на барабан, вращающийся согласно уравнению $\varphi = 0.6t^2$. Определить натяжение веревки, если радиус r = 0.4 M.

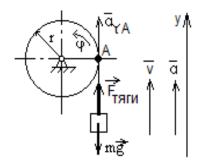


Решение.

Отметим на чертеже все, действующие на груз, силы:

 \vec{F}_{TSICM} - сила тяги мотора барабана (направляем вдоль веревки)

 $m ec{g}$ - сила тяжести груза направлена (всегда направлена вертикально вниз).



Запишем 2-ой закон динамики для сил, приложенных к грузу

$$\vec{F}_{TSITU} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Спроецируем все слагаемые данного равенства на ось у:

$$F_{TЯГИ} - mg = ma$$
, откуда

$$F_{TSITU} = mg + ma$$

Груз с веревкой двигаются поступательно, поэтому все их точки в каждый момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения, а значит ускорение груза равно касательному ускорению точки ${\bf A}$

$$a = a_{\tau A} = \varepsilon r$$

 $\omega = \varphi' = \left(0.6t^2\right)' = 0.6 \cdot 2t = 1.2t$ - закон изменения угловой скорости барабана

$$\varepsilon = \omega' = (1,2t)' = 1,2 \, pa\partial/c^2$$
 - угловое ускорение барабана

$$a = \varepsilon r = 1,2 \cdot 0,4 = 0,48 \text{ m/c}^2$$

Тогда

 $F_{\it ТЯГИ}=mg+ma=60\cdot 9,8+60\cdot 0,48=616,8H$, где $g=9,8m/c^2$ - ускорение свободного падения.

Сила натяжения веревки $T = F_{TЯГИ} = 616,8H$.

Ответ: T = 616,8H.

Задача 2.

Автомобиль, имеющий массу m=1 т, трогается с места и, двигаясь равноускорено, проходит путь $s=20\,\mathrm{m}$ за время $t=5\,c$. Какую мощность должен развивать мотор этого автомобиля, если коэффициент трения между колесами и дорогой f=0.06?

Решение.

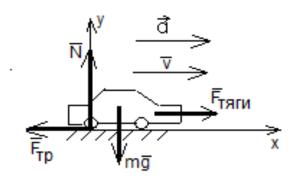
Изобразим на чертеже все силы, действующие на автомобиль при разгоне:

 \vec{F}_{TSITM} - сила тяги двигателя (направляем параллельно дороге)

 \vec{F}_{TP} - сила трения между колесами и дорогой (направляем по касательной к двум трущимся поверхностям)

 $m ec{g}$ - сила тяжести автомобиля (направлена всегда вертикально вниз)

 \vec{N} - сила нормальной реакции опорной поверхности.



Запишем 2-ой закон динамики для сил, приложенных к грузу

$$\vec{F}_{TSITU} + m\vec{g} + \vec{F}_{TP} + \vec{N} = m\vec{a}$$

Спроецируем все слагаемые данного равенства на оси х и у:

Ox:
$$F_{TATM} - F_{TP} = ma$$

Ov:
$$-mg + N = 0$$

Из первого уравнения находим $F_{\mathit{ТЯГИ}} = F_{\mathit{TP}} + ma$

Из второго уравнения $N = mg = 1000 \cdot 9,8 = 9800H$

$$F_{\mathit{TP}} = f \cdot N = 0.06 \cdot 9800 = 588H$$
 (из экспериментальных законов Ш.Кулона).

Найдем ускорение автомобиля

$$S = v_0 \, t + rac{at^2}{2}$$
 закон равноускоренного движения автомобиля $v = v_0 + at\,$ -закон изменения скорости при равноускоренном движении автомобиля

Так как автомобиль начинает движение из состояния покоя то начальная скорость $v_0 = 0$ и тогда, выше приведенные, формулы будут иметь вид

$$S = \frac{at^2}{2}$$
$$v = at$$

Решим систему из данных уравнений

из второго уравнения $a = \frac{v}{t}$ и подставим в первое уравнение $S = \frac{\frac{v}{t} \cdot t^2}{2}$ $S = \frac{v \cdot t}{2}$ $\Rightarrow v = \frac{2S}{t} = \frac{2 \cdot 20}{5} = 8 \text{м/c}$ -скорость автомобиля через 2 с после начала движения.

Тогда
$$a = \frac{v}{t} = \frac{8}{2} = 4M/c^2$$
 - ускорение автомобиля.

Теперь можем найти силу тяги $F_{\mathit{ТЯГИ}} = F_{\mathit{TP}} + ma = 588 + 1000 \cdot 4 = 4588 H$. Следовательно, требуемая полезная мощность двигателя $P = F_{\mathit{ТЯГИ}} \cdot v \cdot \cos \alpha = 4588 \cdot 20 = 91760 Bm$

 $\alpha = (\vec{F}_{TЯГИ}, \vec{v}) = 0$ - угол между вектором скорости и силой тяги.

Ответ: P = 91760Bm

5. Содержание отчёта:

- **5.1.** Номер и название работы.
- 5.2. Формулировка задания (для каждой задачи).
- **5.3.** Схема, с указанием всех действующих на тело сил (для каждой задачи).
- **5.4.** Подробные расчеты для каждой задачи.
- 5.6. Вывод о проделанной работе (для каждой задачи).

6. Контрольные вопросы:

- **6.1.** Что происходит с телом, к которому приложена сила, постоянная по модулю и направлению?
- **6.2.** Какое ускорение получит свободная материальная точка под действием силы, равной 0,5 её веса?
- **6.3**. Трактор при пахоте тянет плуг с силой 10 000 Н. Какая работа совершается при этом на пути 200 м?
- **6.4.** Подъёмный кран с двигателем мощностью 8 кВт поднимает груз с постоянной скоростью 0,1 м/с. Какова масса груза?

- **6.5.** На токарном станке обрабатывается вал. Мощность, развиваемая двигателем станка, равна 3 кВт. Какая совершается при этом работа, если вал обрабатывается в течении 2 минут?
- 6.6. Какое из приведённых утверждений не верно?
- А) сила-причина изменения движения; Б) сила, приложенная к телу зависит от массы тела и от его ускорения; В) направление ускорения всегда совпадает с направлением силы; Г) направление скорости тела может не совпадать с направлением силы.
- **6.7.** Свободная материальная точка. Масса которой равна 16 кг. Движется прямолинейно согласно уравнению $S = 1,6t^2$. Определить действующую на неё силу.
- **6.8**. При помощи подъёмного крана подняли груз массой 2500 кг на высоту 12 м. Какая работа при этом совершена?

7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

<u>Практическая работа №5.</u> Расчёт на прочность при растяжении и сжатии. Определение относительного удлинения бруса при растяжении и сжатии.

Цель работы: научиться строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений, использовать условие прочности для определения допускаемых значений действующих сил и размеров бруса, определять относительное удлинение бруса при растяжении и сжатии

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Какие внутренние силовые факторы возникают при растяжении и сжатии в сечениях бруса?
- В чём состоит суть метода сечений для определения внутренних силовых факторов?
- Назовите правила определения знаков продольных сил.
- Какие напряжения возникают в поперечных сечениях бруса при растяжении и сжатии?
- Как вычислить напряжения в поперечном сечении бруса при растяжении и сжатии? Как они распределены по поперечному сечению?
- Какие напряжения называются предельными, расчётными, допускаемыми?
- В чём заключается гипотеза плоских сечений?
- В чём заключается закон Гука?

2. Краткие теоретические сведения:

2.1. Продольные силы.

Растяжением или сжатием называют такой вид деформации бруса (стержня), при котором в его поперечных сечениях возникает только продольная сила N.

Продольная сила, направленная от сечения, связана с растяжением и считается положительной; сила, направленная к сечению, связана со сжатием и считается отрицательной.

2.2. Напряжения в поперечных сечениях при растяжении и сжатии.

При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только *нормальные напряжения*. При растяжении (сжатии) бруса нормальные напряжения распределены по его поперечному сечению равномерно. Распределение напряжений не зависит от формы поперечного сечения.

Формула для расчёта нормальных напряжений в поперечном сечении бруса имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{A},\tag{1}$$

где N - значение продольной силы в данном сечении, A - площадь поперечного сечения.

Для нормальных напряжений принимают тоже правило знаков: при растяжении считают напряжения положительными.

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, целесообразно показывать закон их изменения по длине бруса в виде графика – эпюры нормальных напряжений.

Условие прочности при растяжении и сжатии имеет вид

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ - допускаемые напряжения растяжения (сжатия).

2.3. Перемещения при растяжении и сжатии.

Относительное удлинение бруса определяют по формуле $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, где Δl -абсолютное удлинение бруса, l -начальная длина бруса.

Если законы изменения величин A_k или N_k на участках стержня различны (но на каждом отдельном участке они остаются величинами постоянными), абсолютное удлинение бруса определяют как алгебраическую сумму удлинений участков

$$\Delta l = \sum_{k=1}^{n} \frac{N_k l_k}{E_k A_k} \,, \tag{2}$$

 N_k -значение продольной силы на k -ом участке; l_k - начальная длина на k -ого участка; E_k - значение модуля Юнга на k -ом участке ; A_k - площадь поперечного сечения на k -ом участке; n - число участков.

3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

Выполнено без ошибок – оценка «5»

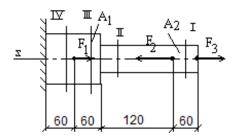
Одна ошибка - оценка «4»

Две ошибки – оценка «3»

Задача 1.

- 1) Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине стального ступенчатого бруса.
- 2)Проверить прочность бруса.
- 3) Определить относительное удлинение (укорочение) бруса, приняв модуль упругости материала бруса $E=2,1\cdot 10^5\,M\Pi a$. Осевые размеры на схеме указаны в мм.

$$F_1 = 35\kappa H$$
 $F_2 = 20\kappa H$ $F_3 = 10\kappa H$ $A_1 = 100 \text{mm}^2$ $A_2 = 50 \text{mm}^2$, $\left[\sigma_p\right] = 260 \text{M} \Pi a$



4. Порядок выполнения работы

Задача 1.

- 1. Разобьем брус на четыре участка (границами участков являются сечения, в которых приложены сосредоточенные силы или меняется размер сечения и концы бруса).
- 2. Найдем значение продольной силы на каждом участке бруса и построим эпюру продольных сил по длине бруса.
- 3. Найдем значение нормальных напряжений на каждом участке бруса и построим эпюру нормальных напряжений по длине бруса.
- 4. По эпюре нормальных напряжений определяем наибольшие по модулю рабочие напряжения.
- 5. Проверим, выполняются ли условие прочности при растяжении и сжатии и условие рациональности использования материалов.
- 6. Определим абсолютное удлинение каждого участка бруса.
- 7. Вычислим абсолютное удлинение всего бруса.
- 8. Вычисли относительное удлинение бруса.

Примеры решения задач:

Задача 1.

- 1) Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине ступенчатого бруса.
- 2) Проверить прочность бруса.
- 3) Определить относительное удлинение (укорочение) бруса, приняв модуль упругости материала бруса $E=2,1\cdot 10^5\,M\Pi a$. Осевые размеры на схеме указаны в мм.

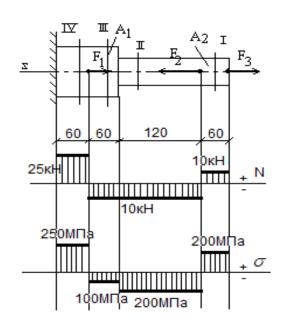
$$F_1 = 35\kappa H$$
 $F_2 = 20\kappa H$ $F_3 = 10\kappa H$ $A_1 = 100$ мм 2 $A_2 = 50$ мм 2 , $\left[\sigma_p\right] = 260$ МПа , осевые размеры указаны в мм.

Решение.

1) Разобьем брус на четыре участка (границами участков являются сечения, в которых приложены сосредоточенные силы или меняется размер сечения и концы бруса).

Найдем значение продольной силы на каждом участке бруса:

$$\begin{split} N_1 &= F_3 = 10\kappa H\\ N_2 &= F_3 - F_2 = 10\kappa H - 20\kappa H = -10\kappa H\\ N_3 &= F_3 - F_2 = 10\kappa H - 20\kappa H = -10\kappa H\\ N_4 &= F_3 - F_2 + F_1 = 10\kappa H - 20\kappa H + 35\kappa H = 25\kappa H\\ Построим эпюру продольных сил вдоль длины бруса. Зададим масштаб $10\kappa H$ - 10 мм, тогда $25\kappa H$ - $25\kappa M$.$$



Найдем значение нормальных напряжений на каждом участке бруса (учитывая, что площади сечений на каждом из участков имеют значения $S_1 = S_2 = 50 \text{мm}^2$

$$S_3 = S_4 = 100 \text{ mm}^2$$
):

$$\begin{split} &\sigma_1 = \frac{N_1}{S_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^{-6}} = 200 \cdot 10^6 \, \Pi a = 200 M \Pi a \\ &\sigma_2 = \frac{N_2}{S_2} = \frac{-10 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^{-6}} = -200 \cdot 10^6 \, \Pi a = -200 M \Pi a \\ &\sigma_3 = \frac{N_3}{S_3} = \frac{-10 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^{-6}} = -100 \cdot 10^6 \, \Pi a = -100 M \Pi a \\ &\sigma_4 = \frac{N_4}{S_4} = \frac{25 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^{-6}} = 250 \cdot 10^6 \, \Pi a = 250 M \Pi a \end{split}$$

Построим эпюру нормальных напряжений по длине бруса. Зададим масштаб 100МПа-10мм, тогда 200МПа -20мм, 250 МПа -25 мм.

2) Проверим прочность бруса по формуле $\sigma_{\max} \leq \lfloor \sigma_p \rfloor$

По эпюре нормальных напряжений определяем наибольшие по модулю рабочие напряжения $\sigma_{\text{max}} = 250 M\Pi a < 260 M\Pi a$. Условие прочности выполняется. Проверим

выполняется ли условие
$$\frac{\left[\sigma_{p}\right]-\sigma_{\max}}{\left[\sigma_{p}\right]}\cdot 100\% \leq 10\%$$
 .

$$\frac{260 - 250}{260} \cdot 100\% = 3,8\% < 10\%$$

3) Определим относительное удлинение бруса
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%$$
 , где

$$l = 60 + 60 + 120 + 60 = 30$$
мм - длина бруса до приложения нагрузки

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4$$
 - абсолютное удлинение бруса, где

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{S_1 E} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 2, 1 \cdot 10^{11}} = 5,7 \cdot 10^{-5} \, \text{м} \quad \text{- абсолютное удлинение 1-го участка}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{S_2 E} = \frac{-10 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 2, 1 \cdot 10^{11}} = -11, 4 \cdot 10^{-5} \, \text{м} \text{ - абсолютное удлинение 2-го участка}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{S_3 E} = \frac{-10 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 2,1 \cdot 10^{11}} = -2,9 \cdot 10^{-5} \, \text{м} \, \text{- абсолютное удлинение 3-го участка}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 l_4}{S_4 E} = \frac{25 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 2,1 \cdot 10^{11}} = 7,1 \cdot 10^{-5} \, \text{м} \quad \text{- абсолютное удлинение 4-го участка}$$

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 5,7 \cdot 10^{-5} - 11,4 \cdot 10^{-5} - 2,9 \cdot 10^{-5} + 7,1 \cdot 10^{-5} = -1,5 \cdot 10^{-5} \, \mathit{m} = -0,015 \mathit{мм}$$

$$\Delta l = -0,015 \mathit{мм} < 0 \,$$
 -абсолютное удлинение меньше нуля, значит, длина бруса уменьшилась.

Ответ: условие прочности для бруса выполняется, $\Delta l = -0.015$ мм < 0 .

5. Содержание отчёта:

- 5.1. Номер и название работы.
- 5.2. Формулировка задания (для обеих задач).
- 5.3. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений (к задаче 2)
- **5.4.** Подробные расчеты (к задачам 1 и 2)
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- 6.1. В чём состоит суть метода построения эпюр продольных сил.
- **6.2.** В какой последовательности строят эпюры продольных сил и нормальных напряжений? С какой целью их строят?
- 6.3. Как определить максимум эпюры нормальных напряжений?
- 6.4. Как вычислить перемещение поперечного сечения бруса?

7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

Практическая работа №6. Практические расчеты на срез и смятие.

Цель работы: научиться рассчитывать на срез и смятие заклепочное соединение.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Под действием каких нагрузок происходит срез заклепки?
- Какие внутренние силовые факторы возникают в плоскости среза заклепки?
- Какие напряжения возникают в плоскости среза заклепки и как их вычисляют?
- Почему возникает обмятие стенок отверстия заклепочного соединения и какие напряжения возникают при этом?

2. Краткие теоретические сведения:

Зависимости для проверочных расчетов заклепочных соединений имеют следующий вид:

1) на срез

$$\tau_{cp} = \frac{F}{i \, k \cdot \frac{\pi \, d^2}{A}} \leq \left[\tau_{cp}\right],$$

где i — общее число заклепок, передающих заданную нагрузку F (если соединение выполнено внахлест — это общее число заклепок, а в соединениях встык — это число заклепок по одну сторону стыка); κ — число плоскостей среза одной заклепки.

2) на смятие

$$\sigma_{\scriptscriptstyle CM} = \frac{F}{i \ d \ \delta} \leq [\sigma_{\scriptscriptstyle CM}].$$

При односрезных соединениях вместо δ надо подставлять в формулу значения меньшей из толщин склепываемых элементов, а при двух срезных — меньшей из величин δ или $2\delta_u$.

3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

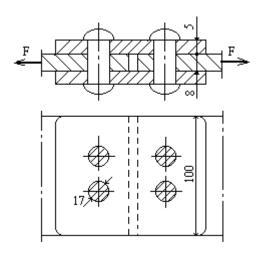
Выполнено без ошибок – оценка «5»

Одна ошибка – оценка «4»

Две ошибки - оценка «3»

Задача 1.

В каком элементе и при какой силе F_{pasp} разрушится заклёпочный шов, если для материала полос и накладок $\sigma_{nq} = 400\,M\Pi a$ (сталь Ст3); для материала заклёпок $\tau_{nq} = 270\,M\Pi a$ (Ст2)?



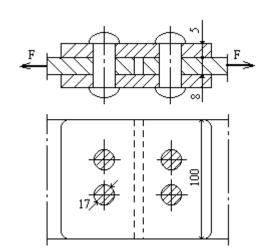
4. Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы рассмотрим на примере. Студентам предлагаем проанализировать предложенный пример решения задачи и самостоятельно составить алгоритм решения задач своего варианта с учетом их особенностей.

Пример решения задачи

Задача 1.

В каком элементе и при какой силе F_{pa3p} разрушится заклёпочный шов, если для материала полос и накладок предел прочности $\sigma_{nq} = 400\,M\Pi a$ (сталь Ст3); для материала заклёпок предел прочности $\tau_{nq} = 270\,M\Pi a$ (Ст2)?



Решение:

Срез заклепок произойдет при условии $\tau_{cp} = \tau_{nq}$, где

$$au_{cp} = \frac{Q}{S_{cp}}$$
 - касательные напряжения в плоскости среза заклепки, причем

$$Q = \frac{F}{i\,k}$$
 -поперечная сила в плоскости среза заклепки,

i=2 - число заклепок (для соединения встык берут число заклепок с одной стороны стыка),

$$k = 2$$
 - число плоскостей среза у одной заклепки.

$$S_{cp}=rac{\pi\,d^2}{4}=rac{3,\!14\cdot\!\left(\!17\cdot\!10^{-3}
ight)^{\!2}}{4}=rac{3,\!14\cdot\!17^2\cdot\!10^{-6}}{4}=226,\!9\cdot\!10^{-6}\,{\it M}^2=226,\!9\,{\it MM}^2$$
 - площадь среза заклепки.

Таким образом, $\frac{F}{i\,k\,S_{cp}} = au_{nq}$ и $F = au_{nq}i\,k\,S_{cp} = \left(270\cdot10^6\right)\cdot2\cdot2\cdot\left(226,9\cdot10^{-6}\right) = 245052\,H$ сила, при которой произойдет срез заклепок.

$$\sigma_{\rm cm} = \frac{F}{iS_{\rm cm}} - {\rm напряжения\ cmятия,\ возникающие\ в\ ctehkax\ otbeрстий\ под\ заклепки,}$$

$$S_{\rm cm} = d\delta = 17 \cdot 8 = 136 {\it mm}^2 = 136 \cdot 10^{-6} {\it m}^2 - {\rm площадь\ cmятия,}$$

$$\delta = {\rm min}\left\{\delta_n; 2\delta_H\right\} = {\rm min}\left\{8 {\it mm}; 10 {\it mm}\right\} = 8 {\it mm},$$

$$\delta_n = 8 {\it mm} - {\rm толщинa\ coeдиняemыx\ полос,}$$

$$\delta_H = 5 {\it mm} - {\rm толщинa\ haknadku\ .}$$

Таким образом, $\frac{F}{iS_{_{CM}}} = \sigma_{_{n_{_{^{\prime}}}}}$ $F = \sigma_{_{n_{_{^{\prime}}}}} iS_{_{CM}} = \left(400 \cdot 10^6\right) \cdot 2 \cdot \left(136 \cdot 10^{-6}\right) = 108800 H$ -сила, при которой произойдет обмятие стенок отверстия.

 $F_{pasp} = \min\{245052H, 108800H\} = 108800H$ - разрушающая сила для соединения из условия прочности на срез и смятии, при которой произойдет обмятие стенок отверстий под заклепки и будет нарушена работоспособность соединения.

Other:
$$F_{pasp} = 108800H$$
.

5. Содержание отчёта:

- **5.1**. Номер и название работы.
- **5.2.** Формулировка задания.
- 5.3. Подробные расчеты с объяснениями.
- **5.4.** Чертеж
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- Под действием каких нагрузок происходит срез заклепки?
- Какие внутренние силовые факторы возникают в плоскости среза заклепки?
- Какие напряжения возникают в плоскости среза заклепки и как их вычисляют?
- Почему возникает обмятие стенок отверстия заклепочного соединения и какие напряжения возникают при этом?

7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

Практическая работа №7. Расчёты на прочность и жёсткость при кручении.

Цель работы: научиться строить эпюры крутящих моментов и определять размеры поперечного сечения вала из условия прочности и жёсткости при кручении.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- При каком нагружении возникает кручения бруса (вала)?
- Как вычисляется вращающий момент, передаваемый шкивом, по заданной мощности и числу оборотов?
- Как вычисляют значение крутящего момента в поперечном сечении вала? С какой целью строят эпюры крутящих моментов?
- Какие допущения положены в основу вывода формулы для расчёта касательных напряжений, возникающих в поперечном сечении вала при кручении?
- В каких точках бруса круглого сечения возникают наибольшие касательные напряжения? Как их вычисляют?
- Как распределяются касательные напряжения по поперечному сечению вала?
- Как определить угол закручивания вала.
- Ознакомиться с краткими теоретическими сведения.

2. Краткие теоретические сведения:

2.1. Эпюры крутящих моментов.

Кручением называют вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент Т.

Кручение бруса вызывают вращающие моменты М, приложенные в плоскостях, перпендикулярных оси бруса. Брус, нагруженный вращающими моментами, обычно называют валом.

Крутящий момент в сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних (вращающих) моментов, расположенных по одну сторону от сечения.

В отличие от продольной силы, знак которой имеет определённый физический смысл, знак крутящего момента физического смысла не имеет, поэтому на эпюрах Т его можно не указывать.

Условно крутящий момент считают положительным (при построении эпюр Т), если, глядя на сечение, мы видим крутящий момент, направленный по часовой стрелке. Так как по условию равновесия крутящий момент уравновешивает внешние моменты, приложенные к оставленной части вала, то его знак противоположен знаку внешних моментов. При определении крутящего момента внешние моменты, действующие против часовой стрелки (если смотреть от сечения), считают положительными.

2.2. Расчёты на прочность при кручении.

Прочность бруса при кручении считают обеспеченной, если максимальное касательное напряжение в опасном сечении не превышает допускаемого. Условие прочности записывают в виде

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_n} \le [\tau_k]. \tag{1}$$

При составлении условия прочности определяют положение опасного сечения. Если все сечения бруса одинаковы, опасным является сечение, в котором возникает максимальный крутящий момент. Если крутящий момент во всех сечениях одинаков, опасным является сечение меньшего диаметра (с меньшим значением полярного момента сопротивления сечения W_p). Если сечения бруса различны и различны крутящие моменты, расчёт на прочность выполняют для нескольких сечений, имеющих малые диаметры и большие крутящие моменты.

Условие прочности при кручении (1), как и при любом виде нагружения, позволяет выполнять три вида расчётов: проверочный расчёт спроектированного вала, проектный расчёт (определение размеров поперечного сечения бруса) и расчёт допускаемого значения внешних вращающих моментов.

2.3. Расчёты на жёсткость при кручении.

В некоторых случаях работоспособность вал определяется не только его прочностью, но и жёсткостью.

За меру жёсткости при кручении принимают относительный угол закручивания (угол закручивания на единицу длины) вала, обозначаемый φ_0 . Условие жёсткости при кручении имеет вид

$$\varphi_0 = \frac{T}{GI_n} \le \left[\varphi_0\right],\tag{2}$$

где ${J}_{\scriptscriptstyle p}$ - полярный момент инерции, ${\it G}$ - модуль упругости второго рода.

3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

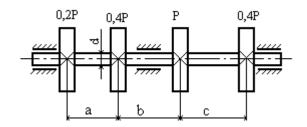
Выполнено без ошибок – оценка «5»

Одна ошибка - оценка «4»

Две ошибки - оценка «3»

Залача 1.

Для заданного трансмиссионного вала постоянного сечения требуется: 1) построить эпюру крутящих моментов; 2) определить из условия прочности допускаемое значение диаметра вала d; 3) при найденном значении диаметра проверить жёсткость вала. Принять $[\tau_{\kappa}] = 20 M \Pi a$, $[\varphi_0] = 4.1 \cdot 10^{-3} \ pa\partial/m$, $d = 40 \ mm$, $a = 0.1 \ mm$, $b = 0.2 \ mm$, $c = 0.3 \ mm$, $P = 30 \ \kappa B m$, $G = 8 \cdot 10^{10} \ \Pi a$, $\omega = 23 \ pa\partial/c$



4. Порядок выполнения работы

- 1. Определим, через какие шкивы вал получает мощность, а через какие передает другим объектам полученную мощность.
- 2. Определим внешние скручивающие моменты, предаваемые от шкивов валу.
- 3. На каждом участке вала определим значение крутящего момента в поперечных сечениях.
- 4. Построим эпюру крутящих моментов по длине вала.
- 5. По эпюре находим участок с наибольшим по модулю крутящим моментом.
- 6. Для этого участка записываем условие прочности и из него находим наименьший допустимый диаметр (так как вал гладкий эпюру максимальных касательных напряжений по длине вала не строим).
- 7. Найдем максимальный относительный угол закручивания участков вала.
- 8. Проверим условие жесткости для вала.
- 9. Делаем вывод.

Пример решения задачи:

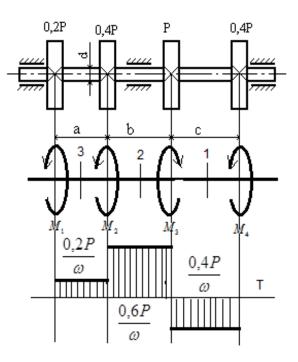
Задача 1.

Для заданного трансмиссионного вала постоянного сечения требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов;
- 2) определить из условия прочности допускаемое значение диаметра вала d;
- 3) при найденном значении диаметра проверить жёсткость вала.

Решение:

Заданный вал получает мощность от независимого источника мощностью Р и передает эту мощность трем объектам, потребляющим соответственно мощности 0,2P, 0,4P и 0,4P



1) Определим внешние скручивающие моменты, предаваемые от шкивов валу

$$M_1 = \frac{0.2P}{\omega}$$
, $M_2 = \frac{0.4P}{\omega}$, $M_3 = \frac{P}{\omega}$, $M_4 = \frac{0.4P}{\omega}$

Покажем их на кинематической схеме вала.

На валу три участка с постоянным крутящим моментом.

На каждом участке посчитаем крутящий момент:

$$\begin{split} T_1 &= -M_4 = -\frac{0.4P}{\omega} \\ T_2 &= -M_4 + M_3 = -\frac{0.4P}{\omega} + -\frac{P}{\omega} = \frac{0.6P}{\omega} \end{split}$$

$$T_2 = -M_4 + M_3 - M_2 = -\frac{0.4P}{\omega} + -\frac{P}{\omega} - \frac{0.4P}{\omega} = \frac{0.2P}{\omega}$$

Построим эпюру крутящих моментов по длине вала. Зададим масштаб $\frac{0.4P}{\omega}$ - 5 мм, тогда $\frac{0.4P}{\omega}$ - 10 мм, $\frac{0.6P}{\omega}$ - 15 мм.

 Так как вал гладкий (по всей длине имеет одинаковый диаметр), то для нахождения опасного сечения достаточно эпюры крутящих моментов. Находим участок с наибольшим по модулю крутящим моментом

наиосления по модулю крутящим моментом
$$T_{\max} = \frac{0.6P}{\omega}_{, \text{ тогда}}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} = \frac{0.6P}{\omega W_p}_{, \text{ где}} W_p = \frac{\pi \, d^3}{16}_{\text{ полярный момент сопротивления круглого}}$$
 сенения

Условие прочности при кручении имеет вид

$$au_{\max} \leq \left[au_k
ight], ag{3Haчит}, ag{0.6P} \omega W_p \leq \left[au_\kappa
ight], ag{W}_p \geq rac{0.6P}{\omega \left[au_\kappa
ight]}.$$

Таким образом, требуемый полярный момент сопротивления сечения

$$W_p = \frac{0.6P}{\omega[\tau_{\kappa}]} = \frac{0.6 \cdot (30 \cdot 10^3)}{23 \cdot (20 \cdot 10^6)} = 0.039 \cdot 10^{-3} \,\text{m}^3$$

Найдем минимально допустимый диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,039 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 39 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 39}{3,14}} \cdot 10^{-2} = \sqrt[3]{198,7} \cdot 10$$

 $=5.9 \cdot 10^{-2} M = 5.9 cM$ (значения размеров, определяемые из условий прочности, всегда округляют в большую сторону).

3) Найдем максимальный относительный угол закручивания вала. Так как вал гладкий, то максимальный относительный угол закручивания будет на 2-ом участке

$$arphi_0 = rac{T_{
m max}}{GI_{\scriptscriptstyle p}}$$
 , где G- модуль упругости материала вала при сдвиге,

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3.14 \cdot \left(5.9 \cdot 10^{-2}\right)^4}{32} = \frac{3.14 \cdot 5.9^4 \cdot 10^{-8}}{32} = 118.9 \cdot 10^{-8} \, \text{м}^4$$
 - полярный момент

инерции круглого сечения

$$\varphi_0 = \frac{T_{\text{max}}}{GI_p} = \frac{0.6P}{\omega GI_p} = \frac{0.6 \cdot (30 \cdot 10^3)}{23 \cdot (8 \cdot 10^{10})(118.9 \cdot 10^{-8})} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 118.9 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 8 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 10^3}{23 \cdot 10^{-8}} = \frac{0.6 \cdot 30 \cdot 1$$

$$=0,0008\cdot 10 = 0,008 \,pa\partial/M$$
.

 $\varphi_0 = 0{,}008\,pa\partial$ / м > $\left[\varphi_0\right]$, где по условию задачи $\left[\varphi_0\right] = 0{,}0041\,pa\partial$ / м , следовательно, условие жесткости не выполняется.

5. Содержание отчёта:

- 5.1. Номер и название работы.
- **5.2.** Формулировка задания.
- 5.3. Кинематическая схема вала и эпюры крутящего момента.
- **5.4**. Подробные расчеты моментов М и Т, максимальных касательных напряжений и относительных углов поворота сечений вала.
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- **6.1.** Как производится расчёт скручиваемого бруса на прочность, и какие виды расчёта производят?
- 6.2. Как производится расчёт скручиваемого бруса на жёсткость?
- **6.3**. Почему при одинаковой прочности и жёсткости вал кольцевого поперечного сечения легче, чем вал сплошного круглого сечения?

7. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

<u>Практическая работа №8.</u> Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов при изгибе бруса. Расчет на прочность бруса при изгибе по нормальным напряжениям.

Цель работы: научиться строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по характерным сечениям.

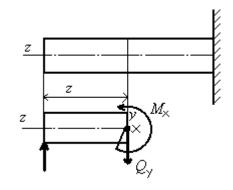
1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Какие внутренние силовые факторы возникают при изгибе в сечениях бруса?
- В чём состоит суть метода сечений для определения внутренних силовых факторов?
- Назовите правила определения знаков изгибающих моментов и поперечных сил.
- Какая сила называется сосредоточенной; что называется интенсивностью распределённой нагрузки?
- Какими зависимостями связаны изгибающий момент, поперечная сила и интенсивность распределённой нагрузки.
- Повторите тему из математического анализ «Метод исследования графиков функций с помощью производной».

2. Краткие теоретические сведения и примеры решения задач:

2.1.Основные понятия и определения

Изгиб — это такой вид деформации при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют поперечным; если поперечные силы не возникают, изгиб называют чистым.



Поперечной силой называется равнодействующая внутренних касательных сил, возникающих в поперечном сечении бруса.

Поперечная сила Q_y в произвольном сечении бруса численно равна алгебраически сумме проекций на ось Oy всех внешних сил, приложенных к мысленно отсечённой части балки.

$$Q_y = \sum_{\text{ocm yacmu}} F_{iy}$$
.

Внешняя сила, стремящаяся повернуть отсечённую часть балки относительно центра тяжести рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки, вызывает положительную поперечную силу.

Изгибающим моментом называется результирующий момент внутренних нормальных сил, возникающих в поперечном сечении бруса, взятый относительно нейтральной оси этого сечения.

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных к мысленно отсечённой части балки, относительно той точки на продольной оси балки, через которую проходит рассматриваемое сечение.

$$M_x = \sum_{\substack{ocm \ vacmu}} M(F_i)$$
.

Для определения знака изгибающего момента надо мысленно защемить оставленную (при применении метода сечений) часть балки там, где проходит рассматриваемое сечение, и установить, как каждая из сил (моментов), приложенных к оставленной части, её изгибает. Внешние силы (моменты), вызывающие изгиб оставленной части выпуклостью вниз, дают положительный изгибающий момент. Это правило называется правилом сжатого волокна (при условии, что положительные ординаты эпюры моментов откладывают вверх от оси балки).

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов можно строить, предварительно составляя уравнения, выражающие изменения Q_y и M_x по участкам. Напомним: границы участков нагружения - сечения, в которых приложены внешние нагрузки и места изменения размеров поперечного сечения.

Быстрее можно построить эпюры по характерным сечениям (без составления уравнений), используя следствия из дифференциальных зависимостей между интенсивностью распределённой нагрузки, поперечной силой и изгибающим моментом, а также некоторые положения, вытекающие из метода сечений.

Дифференциальные зависимости между интенсивностью q распределённой нагрузки, поперечной силой $Q_{\scriptscriptstyle y}$ и изгибающим моментом $M_{\scriptscriptstyle x}$, записываются в виде

$$q = \frac{dQ_y}{dz}; \quad Q_y = \frac{dM_x}{dz}. \tag{1}$$

Зависимости (1) действительны, когда абсцисса z возрастает от левого конца балки к правому. Если, наоборот, абсцисса z возрастает от правого конца балки к левому, то в правых частях формул (1) перед q и Q_v должен стоять знак минус.

2.2.Основные свойства эпюры поперечной силы.

- На участках балки, где нет распределённой нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией, параллельной оси эпюры.
- На участках, где имеется равномерно распределённая нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией, наклонной к оси эпюры. В случае неравномерно распределённой нагрузки, изменяющейся по линейному закону, эпюра ограничивается параболой.
- Там, где приложена сосредоточенная нагрузка, на эпюре наблюдается скачок на величину приложенной силы.
- Интенсивность распределённой нагрузки в рассматриваемом сечении равняется величине тангенса угла наклона касательной к эпюре поперечной силы с осью эпюры.
- В сечении, совпадающем с заделкой, $Q_{_{\scriptscriptstyle V}}$ численно равна опорной реакции.

2.3.Основные свойства эпюры изгибающего момента.

- На участках балки, где нет распределённой нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией (параллельной или наклонной к оси эпюры).
- На участках, где имеется равномерно распределённая нагрузка, эпюра изгибающего момента ограничивается кривой второго порядка параболой (она будет обращена выпуклостью «навстречу» нагрузке). В случае неравномерно распределённой нагрузки эпюра ограничивается кривыми более высокого порядка.
- На участке балки, на котором поперечная сила имеет постоянное значение, эпюра изгибающего момента ограничена прямой линией; если поперечная

- сила изменяется по линейному закону, то эпюра изгибающего момента ограничена параболой.
- В сечении, где приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре наблюдается скачок на величину момента пары. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре изгибающего момента будет излом.
- Если на участке:
 - 1) $Q_{v} > 0$, то изгибающий момент возрастает (слева направо);
 - 2) Q_{v} < 0, то изгибающий момент убывает (слева направо);
 - 3) $Q_v = 0$, то изгибающий момент постоянен.
- Если поперечная сила, изменяясь непрерывно, проходит через нулевое значение, то в соответствующем сечении в эпюре изгибающего момента будет экстремум: максимум- при изменении знака Q_y с плюса на минус и минимум при изменении знака Q_y с минуса на плюс при движении от левого конца балки.
- Тангенс угла наклона касательной к эпюре изгибающего момента с осью эпюры равен поперечной силе в рассматриваемом сечении.
- Чем больше по абсолютной величине значение силы Q_y , тем круче линия, ограничивающая эпюру M_x .
- В сечении, совпадающем с заделкой, M_x численно равен реактивному моменту.

2.4. Построение эпюр $Q_{\scriptscriptstyle \gamma}$ и $M_{\scriptscriptstyle x}$ по характерным сечениям.

Характерными считаются сечения, ограничивающие участок бруса. Суть способа состоит в том, что величины Q_y и M_x определяют только в этих сечениях, а затем с учётом свойств эпюр поперечных сил и изгибающих моментов производят построения. Аналитические выражения Q_y и M_x пишут только для участков балки, где Q_y плавно изменяет величину, меняя при этом знак на обратный. В этом случае M_x достигает экстремального значения, которое, как правило, необходимо определить.

Нахождение максимального и минимального значения M_x проводится в такой последовательности: 1) составляют аналитическое выражение Q_y , приравнивают нулю и определяют абсциссу z сечения балки, в котором Q_y отсутствует; 2) составляют аналитическое выражение M_x для соответствующего участка балки и в уравнение подставляют значение абсциссы сечения, в котором Q_y =0.

Пример 1.

Построить эпюры $Q_{_{\scriptscriptstyle Y}}$ и $M_{_{\scriptscriptstyle X}}$ для балки, изображённой на рисунке 1.

Решение.

Для построения эпюры используем метод сечений. Эпюры будем строить по характерным сечениям, при движении от правого конца балки к левому. Заданная балка имеет три участка нагружения.

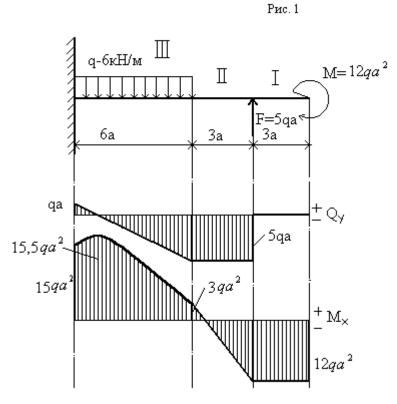
Построение эпюры Q_y . На первом участке в любом его поперечном сечении Q_y =0, т.к. на этом участке действует только пара сил. В первом характерном сечении второго участка в эпюре поперечной силы наблюдается скачок на величину силы F и по направлению, противоположному направлению этой силы. В пределах первого силового участка нет распределённой нагрузки, поэтому эпюру Q_y ограничивает прямая, параллельная оси эпюры. В первом сечении третьего силового участка нет действующих сосредоточенных сил, поэтому скачка в эпюре Q_y не будет. На третьем

силовом участке балка нагружена распределённой нагрузкой, поэтому эпюра Q_y ограничивается прямой линией, наклонной к оси эпюры. Во втором сечении третьего участка $Q_y = -5qa + q \cdot 6a = qa$.

Определим абсциссу сечения, где Q_y =0. Она может быть определена из

уравнения $Q_y = -5qa + q \cdot (z_0 - 6a) = 0$, где z_0 - расстояние от данного сечения до свободного конца балки. Находим $z_0 = 11a$.

 $\frac{\Pi \text{остроение эпюры}}{\Pi \text{остроение эпюры}} \ M_x \ . \ B$ сечении, где приложена пара сил с моментом $M = 12qa^2$, будет наблюдаться скачок на значение момента этой внешней пары сил. В пределах первого участка $Q_y = 0$,



поэтому эпюра M_x будет ограничена прямой , параллельной оси эпюры. На втором силовом участке распределённая нагрузка отсутствует, поэтому M_x изменяется по линейному закону и эпюра на данном участке будет ограничена прямой линией, наклонной к оси эпюры. В первом сечении второго участка скачка в эпюре не будет, т.к. в данном сечении отсутствуют сосредоточенные пары сил. Во втором сечении второго участка $M_x = -12qa^2 + 5qa \cdot 3a = 3qa^2 \text{ . На третьем участке приложена}$ распределённая нагрузка интенсивностью q . Поэтому эпюра M_x на этом участке будет ограничена параболой. Для построения этой кривой найдём несколько её точек: 1) в первом сечении третьего участка $M_x = -12qa^2 + 5qa \cdot 3a = 3qa^2$ (скачка не будет, т.к. внешний сосредоточенный момент в данном сечении отсутствует); 2) в сечении, где $Q_y = 0$, $M_x = -12qa^2 + 5qa \cdot (11a - 3a) - q(11a - 6a) \cdot \frac{11a - 6a}{2} = 15,5qa^2$; 3) во втором сечении третьего участка $M_x = -12qa^2 + 5qa \cdot 9a - q \cdot 6a \cdot \frac{6a}{2} = 15qa^2$.

Пример 2.

Построить эпюры Q_{v} и M_{x} для балки, изображённой на рисунке 2.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_A(F_i) = 0; \ F \cdot a + 2F \cdot 2a - R_B \cdot 4a = 0; \ R_B = \frac{5}{4}F;$$
$$\sum M_B(F_i) = 0;$$

$$-2F \cdot 2a - F \cdot 3a = R_A \cdot 4a = 0; \ R_A = \frac{7}{4}F.$$

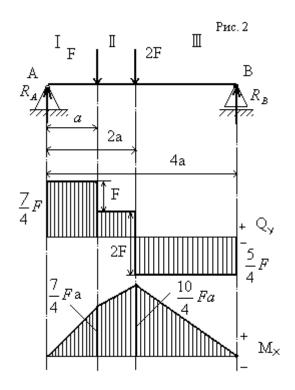
Составляя сумму проекций на вертикальную ось всех сил, действующих на балку, получаем

$$R_{A}-F-2F+R_{B}=\frac{7}{4}F-F-2F+\frac{5}{4}F=0\,,$$

следовательно, опорные реакции определены верно.

Балка имеет три участка нагружения. В пределах каждого участка отсутствует распределённая нагрузка, следовательно, в пределах каждого участка Q_y =const, а M_x изменяется по линейному закону.

Построение эпюры Q_y . В произвольном сечении первого участка $Q_y = R_A = \frac{7}{4}F$. В произвольном сечении второго участка $Q_y = R_A - F = \frac{7}{4}F - F = \frac{3}{4}F$. В произвольном



сечении третьего участка $Q_y = -R_B = -\frac{5}{4}F$. Под сосредоточенными силами на эпюре Q_y получаются скачки, равные по величине приложенным силам.

Построение эпюры M_x . На первом участке изгибающий момент возрастает (на этом участке поперечная сила положительна) от нуля (в крайнем левом сечении отсутствует сосредоточенная пара сил) до $\frac{7}{4}Fa$. На втором участке изгибающий момент возрастает

(на этом участке поперечная сила положительна) от $\frac{7}{4}Fa$ до $M_x = \frac{7}{4}F \cdot 2a - F \cdot a = \frac{10}{4}Fa$. На третьем участке изгибающий момент убывает (на этом участке поперечная сила отрицательна) от $\frac{10}{4}Fa$ до нуля (в крайнем правом сечении отсутствует сосредоточенная пара сил). Как видно из рисунка, под сосредоточенными силами на эпюре M_x получаются резкие изменения угла наклона (изломы) смежных участков эпюры.

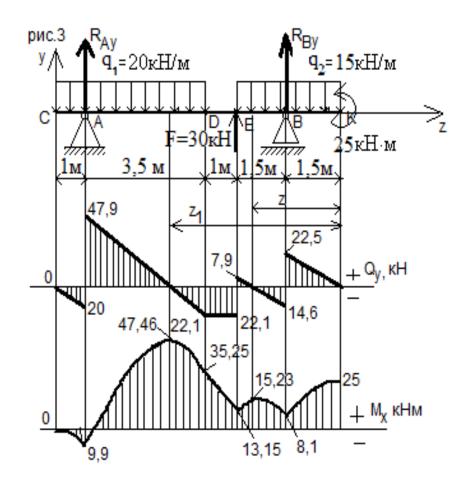
Пример 3.

Построить эпюры Q_y и M_x для балки, изображённой на рисунке 3. Подобрать сечение стальной двутавровой балки и проверить принятое сечение по нормальным напряжениям. Материал балки — сталь C-235.

Решение.

1) Найдем силы реакции шарнирных опор A и B. В опорах возникают только вертикальные составляющие реактивных сил $R_{{\it Ay}}$ и $R_{{\it By}}$, так как вся внешняя нагрузка вертикальная.

Составим уравнения равновесия для вала (определение сил реакции рассмотрено в практической работе №1):



$$\sum M_A = -q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) + F \cdot AE - q_2 \cdot EK \cdot AB + R_{By} \cdot AB + M = 0$$

$$\sum M_B = -R_{Ay} \cdot AB + q_1 \cdot CD \cdot \left(\frac{CD}{2} + DB\right) - F \cdot BE + M = 0$$

Из первого уравнения

$$R_{By} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot \left(AD - \frac{CD}{2}\right) - F \cdot AE + q_2 \cdot EK \cdot AB - M}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD \cdot QD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot CD \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot QD}{AD} = \frac{q_1 \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot QD}{AB} = \frac{q_1 \cdot QD}{$$

$$=\frac{20\cdot 4,5\cdot (3,5-2,25)-30\cdot 4,5+15\cdot 3\cdot 6-25}{6}=\frac{222,5}{6}=37,1\kappa H$$

Из второго уравнения

$$\begin{split} R_{Ay} &= \frac{-q_1 \cdot CD \cdot \left(\frac{CD}{2} + DB\right) + F \cdot BE - M}{-AB} = \\ &= \frac{-20 \cdot 4,5 \cdot 4,75 + 30 \cdot 1,5 - 25}{-6} = \frac{-407,5}{-6} = 67,9 \kappa H \; . \end{split}$$

Выполним проверку

$$\sum Y = R_{Ay} - q_1 \cdot CD + F - q_2 \cdot EK + R_{By} = 67,9 - 20 \cdot 4,5 + 30 - 15 \cdot 3 + 37,1 = 0$$

значит, реактивные силы найдены верно.

2) Построим эпюру поперечных сил вдоль длины бруса

$$Q_{_{y}}^{^{K}}=0$$
 , так как в сечении K нет сосредоточенных сил и значит нет вертикального скачка в эпюре.

$$Q_y^B = q_2 \cdot BK = 15 \cdot 1,5 = 22,5 \kappa H$$

На участке КВ поперечная сила изменяется по линейному закону, так как там приложена равномерно распределенная нагрузка.

$$Q_y^{B'} = Q_y^B - R_{By} = 22,5 - 37,1 = -14,6\kappa H$$
 (в сечении В вертикальный скачек, так как в сечении приложена сосредоточенная сила R_{By}).

$$Q_y^E = q_2 \cdot EK - R_{By} = 15 \cdot 3 - 37,1 = 7,9 \kappa H$$

На участке ЕВ поперечная сила изменяется по линейному закону, так как там приложена равномерно распределенная нагрузка.

$$Q_y^{E''} = Q_y^E - F = 7,9 - 30 = -22,1 \kappa H$$
 (в сечении E вертикальный скачек, так как в сечении приложена сосредоточенная сил F).

Линия, ограничивающая эпюру на участке EB, пересекает ось эпюры, найдем положение сечения, в котором $Q_y^z=0$. Обозначим расстояние от этого сечения до сечения К буквой z. Составим уравнение $Q_y^z=q_2\cdot z-R_{By}=15\cdot z-37,1=0$, откуда z=2,47м.

На участке DE нет распределенной нагрузки, поэтому во всех сечениях этого участки поперечная сила имеет одинаковые значения и линия, ограничивающая эпюру параллельна оси эпюры. Следовательно, $Q_y^D=22,1\kappa H$.

$$Q_{v}^{A} = q_{2} \cdot EK - R_{Bv} - F + q_{1} \cdot AD = 15 \cdot 3 - 37, 1 - 30 + 20 \cdot 3, 5 = 47,9 \kappa H$$

На участке AD поперечная сила изменяется по линейному закону, так как там приложена равномерно распределенная нагрузка.

Линия, ограничивающая эпюру на участке AD, пересекает ось эпюры, найдем положение сечения, в котором $Q_y^{z_1} = 0$. Обозначим расстояние от этого сечения до сечения D буквой z1.

Составим уравнение
$$Q_y^{z_1}=q_1\cdot z_1-R_{By}-F+q_2\cdot EK=20\cdot z_1-37,1-30+15\cdot 3=0$$
, откуда $z_1=1,1$ м

В сечении А приложена сосредоточенная сила R_{Ay} , поэтому в эпюре будит вертикальный скачек $Q_y^{A'}=Q_y^A-R_{Ay}=47,9-67,9=-20\kappa H$

$$Q_{y}^{C} = q_{2} \cdot EK - R_{By} - F + q_{1} \cdot CD - R_{Ay} = 15 \cdot 3 - 37, 1 - 30 + 20 \cdot 4, 5 - 67, 9 = 0$$

На участке СА поперечная сила изменяется по линейному закону, так как там приложена равномерно распределенная нагрузка.

Строим эпюру поперечных сил, предварительно выбрав масштаб.

3) Построим эпюру изгибающих моментов.

 $M_{_{_{X}}}^{^{K}}=25\kappa H\cdot _{M}$ (в сечении вертикальный скачек, так как приложен сосредоточенный момент).

$$M_x^B = M - q_2 \cdot BK \cdot \frac{BK}{2} = 25 - 15 \cdot 1, 5 \cdot \frac{1,5}{2} = 8,1 \kappa H \cdot M$$

На участке КВ эпюра ограничена параболой, так как на участке равномерно распределенная нагрузка.

На участке ВЕ эпюра ограничена параболой, так как на участке равномерно распределенная нагрузка.

Вершина параболы находится в сечении, где $Q_y = 0$

$$M_x^z = M - q_2 \cdot z \cdot \frac{z}{2} + R_{By} \cdot (z - BK) = 25 - 15 \cdot 2,47 \cdot \frac{2,47}{2} + 37,1(2,47 - 1,5) =$$

= 25 - 45,76 + 35,99 = 15,23\kappa H \cdot M

$$M_x^E = M - q_2 \cdot EK \cdot EB + R_{By} \cdot EB = 25 - 15 \cdot 3 \cdot 1,5 + 37,1 \cdot 1,5 =$$

= 25 - 67,5 + 55,65 = 13,15 κ H · M .

На участке DE эпюра изменяется по линейному закону, так как на участке нет распределенной нагрузки.

$$M_x^D = M - q_2 \cdot EK \cdot DB + R_{By} \cdot DB + F \cdot DE = 25 - 15 \cdot 3 \cdot 2,5 + 37,1 \cdot 2,5 + 30 \cdot 1 = 25 - 112.5 + 92,75 + 30 = 35,25 \kappa H \cdot M$$

На участке AD эпюра ограничена параболой, так как на участке равномерно распределенная нагрузка.

Вершина параболы находится в сечении, где $Q_y = 0$.

$$\begin{split} &M_{x}^{z_{1}} = M - q_{2} \cdot EK \cdot (DB + z_{1}) + R_{By} \cdot (DB + z_{1}) + F \cdot (DE + z_{1}) - q_{1} \cdot z_{1} \cdot \frac{z_{1}}{2} = \\ &= 25 - 15 \cdot 3 \cdot (2,5 + 1,1) + 37,1 \cdot (2,5 + 1,1) + 30 \cdot (1 + 1,1) - 20 \cdot 1,1 \cdot \frac{1,1}{2} = \\ &= 25 - 162 + 133,56 + 63 - 12,1 = 47,46\kappa H \cdot M \\ &M_{x}^{A} = M - q_{2} \cdot EK \cdot BA + R_{By} \cdot BA + F \cdot EA - q_{1} \cdot AD \cdot \frac{AD}{2} = \\ &= 25 - 15 \cdot 3 \cdot 6 + 37,1 \cdot 6 + 30 \cdot 4,5 - 20 \cdot 3,5 \cdot \frac{3,5}{2} = 25 - 270 + 222,6 + 135 - 122,5 = -9,9\kappa H \cdot M \\ &M_{x}^{C} = M - q_{2} \cdot EK \cdot BC + R_{By} \cdot BC + F \cdot EC - q_{1} \cdot CD \cdot \frac{CD}{2} + R_{Ay} \cdot AC = \\ &= 25 - 15 \cdot 3 \cdot 7 + 37,1 \cdot 7 + 30 \cdot 5,5 - 20 \cdot 4,5 \cdot \frac{4,5}{2} + 67,9 \cdot 1 = \\ &= 25 - 315 + 259,7 + 165 - 202,5 + 67,9 = 0\kappa H \cdot M \,. \end{split}$$

На участке АС эпюра ограничена параболой, так как на участке равномерно распределенная нагрузка.

Построим эпюру, предварительно задав масштаб.

По эпюре изгибающих моментов определяем наибольшее значение (по модулю) изгибающего момента

$$M_{\text{max}} = 47,46\kappa H \cdot M$$

4) Подберем сечение стальной двутавровой балки по наибольшему изгибающему моменту

$$W_x = \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{47,46 \cdot 10^3}{230 \cdot 10^6} = 206,3 \cdot 10^{-6} \,\text{M}^3 = 206,3 \,\text{cM}^3,$$

где $[\sigma]$ = 230*МПа* - допустимое нормальное напряжение стали C-235 (или расчетное сопротивление), см. Приложение, Таблица №1.

По таблицам «Сталь прокатная – балки двутавровые (ГОСТ 8239-72)» выбираем двутавровую балку №22 с $W_x = 232 \, cm^3$, что больше, чем $206,3 \, cm^3$.

5) Выполним проверочный расчет на прочность по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{m}}} = \frac{47,46 \cdot 10^3}{232 \cdot 10^{-6}} = 204,6 \cdot 10^6 \, \Pi a = 204,6 M \Pi a < [\sigma] = 230 M \Pi a$$

Прочность сечения по нормальным напряжениям обеспечена.

Проверим рациональность использования материалов.

$$\frac{[\sigma] - \sigma_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{230 - 204,6}{230} \cdot 100\% = 11\% > 10\%$$
 - материал немного не догружен.

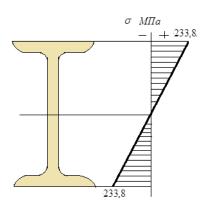
Допустимым является и случай, когда $\sigma_{\max} > [\sigma]$, но при соблюдении условия $\frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} < 3\%$.

Если бы мы по таблице таблицам «Сталь прокатная – балки двутавровые (ГОСТ 8239-72)» выбираем двутавровую балку №20а с $W_x = 203 c M^3$, что несколько меньше, чем $206,3 c M^3_{\text{, TO}} \sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} = \frac{47,46\cdot 10^3}{203\cdot 10^{-6}} = 233,8 \cdot 10^6 \, \Pi a = 233,8 M \Pi a > \left[\sigma\right] = 230 M \Pi a_{\text{ M}}$

$$\frac{\sigma_{\text{max}} - [\sigma]}{[\sigma]} = \frac{233.8 - 230}{230} \cdot 100\% = 1,7\% < 3\%$$
 . Если работа конструкция не связана с

большими рисками для жизни человека или машины в целом, то можно выбрать и данное сечение. Здесь решение принимает инженер-проектировщик.

Так как в задаче не оговорены какие-то риски, значит, выберем второй вариант – профиль №20а.



3. Задания для практической работы: (примерный вариант)

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

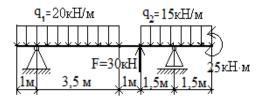
Выполнено без ошибок - оценка «5»

Одна ошибка - оценка «4»

Две ошибки – оценка «3»

Задача 1.

Построить эпюры Q_y и M_x для балки, изображённой на рисунке (весом брусьев пренебречь). Подобрать сечение стальной двутавровой балки и проверить принятое сечение по нормальным напряжениям. Построить эпюры нормальных напряжений для выбранного сечения. Материал балки — сталь C-245.



4. Порядок выполнения работы (Пример 3):

- 4.1. Определить силы реакции шарнирных опор.
- **4.2.** Разбить брус на участки, границами которых являются сечения, в которых. приложены внешние нагрузки и места изменения размеров поперечного сечения.
- 4.3. Построить эпюру поперечной силы.
- 4.4. Построить эпюру для изгибающих моментов.
- **4.5.** По эпюрам определить максимальные значения поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x .
- **4.6.** Из условия прочности при изгибе по нормальным напряжениям определить профиль двутаврового сечения балки.
- 4.7. Выполнить проверочный расчет на прочность при изгибе.
- 4.8. Построить эпюру нормальных напряжений для сечения.

5. Содержание отчёта:

- **5.1.** Номер и название работы.
- **5.2.** Формулировка задания.
- **5.3.** Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, эпюра нормальных напряжений в сечении;
- **5.4.** Расчёты к п.п. 4.3-4.7.
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- **6.1.** В чём состоит суть метода построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным сечениям.
- 6.2. Назовите основные свойства эпюры поперечной силы.
- 6.3. Назовите основные свойства эпюры изгибающего момента.
- **6.4.** В какой последовательности строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов? С какой целью их строят?
- **6.5.** Почему для определения значений поперечной силы и изгибающего момента в произвольном сечений балки на двух опорах необходимо знать реакции опор?
- 6.6. Как определить максимум эпюры изгибающих моментов?

8. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних проф.учебных заведений М.: Высш.школа, 2014.
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

<u>Практическая работа № 9</u> Кинематический и силовой расчет двухступенчатого привода.

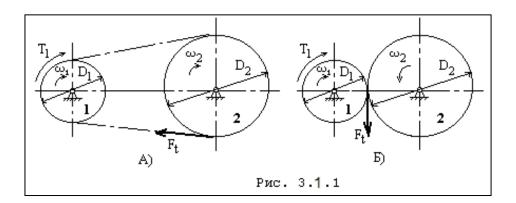
Цель работы: научиться проводить кинематические и силовые расчёты двухступенчатых приводов.

1. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Виды механических передач.
- Назначение механических передач.
- Основные кинематические и силовые характеристики механических передач.

2. Краткие теоретические сведения.

2.1. Основные кинематические и силовые характеристики механических передач.



Передаточным отношением называется отношение угловой скорости (pad/c) ведущего звена к угловой скорости ведомого звена:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} .$$

Передаточное отношение может быть больше, меньше или равно единице.

Передаточное отношение ряда последовательно соединенных передач равно произведению их передаточных отношений. Например, для двухступенчатого редуктора

$$u_{14} = u_{12} \cdot u_{34}.$$

Окружная скорость (M/c) ведущего или ведомого звена

$$v = \omega \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi \, nD}{60} \,,$$

где n - частота вращения (o6/мин), D - диаметр катка, шкива, колеса и др. (M).

На рис.3.1.1 показаны две передачи, в которых к ведущему звену I приложен **вращающий момент** $(H \cdot M)$ M_1 , с помощью гибкой связи или непосредственно передающий ведомому звену 2 окружную силу F_t . Очевидно, что для любого звена вращающий момент и окружная сила связаны зависимостью

$$M = \frac{F_t D}{2}$$
 или $F_t = \frac{2T}{D}$.

Согласно третьему закону Ньютона, окружные силы ведущего и ведомого звеньев равны (но противоположно направлены), следовательно, <u>вращающие моменты на ведущем и ведомом валах будут различны и пропорциональны диаметрам соответствующих звеньев.</u>

Из теоретической механики известно, что **мощность** (Bm)P при вращательном движении

$$P = M \omega$$
.

Отношение мощности P_2 на ведомом валу передачи к мощности на ведущем валу P_1 называется **механическим коэффициентом полезного действия** (КПД) и обозначается

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \, .$$

В данной практической работе при определении полезной работы принимать следующие значения КПД:

0,99- для пары подшипников,

0,97 –для цепной передачи,

0,96 –для ременной передачи,

0,98 - для зубчатой передачи,

0,8 – для червячной передачи.

В многоступенчатых передачах (при последовательном соединении ступеней) общий КПД определяется как произведение КПД каждой ступени в отдельности

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$$

3. Задания для практической работы (примерный вариант):

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

Выполнено без ошибок – оценка «5»

Одна ошибка - оценка «4»

Две ошибки - оценка «3»

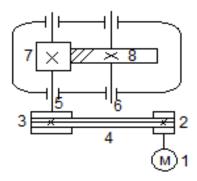
Задача 1.

Привод состоит из электродвигателя мощностью $P_{_9}$ с угловой скоростью вала $\omega_{_9}$ (или частотой вращения $n_{_9}$) и двухступенчатой передачи, включающей редуктор (закрытую передачу) и открытую передачу, характеристики звеньев которой (Z - число зубьев или d - диаметр) заданы. Кроме того, в зависимости от варианта, задано или передаточное отношение редуктора u_p или угловая скорость выходного вала привода $^{\omega_{sbx}}$.

Определить

1) общий КПД,

- 2) передаточные отношения открытой передачи и редуктора, общее передаточное отношение привода (если оно не известно),
- 3) угловые скорости всех валов,
- 4) мощности и вращающие моменты для всех валов,
- 5) описать назначение, устройство, принцип работы привода.



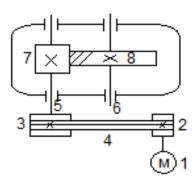
4. Пример решения задачи.

Задача 1.

Привод состоит из электродвигателя мощностью $P_{_{9}} = 7\kappa Bm$ с частотой вращения $n_{_{9}} = 720o6/$ мин и двухступенчатой передачи, включающей зубчатый цилиндрический закрытый редуктор ($u_{78} = 2.8$) и открытую ременную передачу, (диаметры шкивов $D_{_{2}} = 80$ мм, $D_{_{3}} = 160$ мм).

Определить

- 1) общий КПД,
- 2) передаточные отношения открытой передачи и редуктора, общее передаточное отношение привода (если оно не известно),
- 3) угловые скорости всех валов,
- 4) мощности и вращающие моменты для всех валов,
- 5) описать назначение, устройство, принцип работы привода.



Решение.

- 1) Вычисляем общий КПД. Согласно п.2, $\eta_{23}=0.96$ КПД ременной передачи, $\eta_{78}=0.98$ КПД зубчатой передачи, тогда $\eta_{oбщ}=\eta_{23}\cdot\eta_{78}\cdot\eta_{\Pi}^2=0.96\cdot0.98\cdot0.99^2=0.92$ -общий КПД привода.
- 2) Вычисляем общее передаточное число привода.

$$u_{23} = \frac{D_3}{D_2} = \frac{160}{80} = 2$$
 -передаточное отношение ременной передачи,

 $u_{78} = 2.8$ - дано в условии задачи.

 $u_{oбщ} = u_{23} \cdot u_{78} = 2 \cdot 2.8 = 5.6$ -общее передаточное отношение привода.

3) Вычислим угловые скорости всех валов привода.

 $n_{_{9}} = 720 o \delta \, / \, {\it мин} \,$ -частота вращения вала электродвигателя, поэтому

$$\omega_{9} = \frac{\pi n_{9}}{30} = \frac{3,14 \cdot 720}{30} = 75,36 \, pa\partial/c$$
 -угловая скорость вала электродвигателя.

Вычисли угловую скорость вала 5 (выходной вал ременной передачи и месте с тем входной вал редуктора).

$$u_{23}=2$$
 и $u{23}=\frac{\omega_2}{\omega_3}$, тогда $\frac{\omega_2}{\omega_3}=2$ _и $\omega_3=\frac{\omega_2}{2}=\frac{\omega_2}{2}=\frac{75,36}{2}=37,68$ рад / с - угловая скорость

шкива 3, а значит, и вала 5, т.е $\omega_5 = \omega_3 = 37,68 \, pao/c$

Вычислим угловую скорость вала 6 (выходной вал редуктора).

$$u_{78}=2,8$$
 и $u_{78}=\frac{\omega_7}{\omega_8}$, где $\omega_7=\omega_5=37,68$ $pa\partial/c$ - угловая скорость ведущего зубчатого

колеса 7 в редукторе. Тогда $\omega_8=\frac{\omega_7}{u_{78}}=\frac{37,68}{2,8}=13,46\,pa\partial/c$ -угловая скорость ведомого зубчатого колеса редуктора, а значит и угловая скорость выходного вала 6 $\omega_6=\omega_8=13,46\,pa\partial/c$

4) $P_{_{9}} = 7\kappa Bm_{_{-{\rm MOЩHOCT}}}$ электродвигателя, $\omega_{_{9}} = 75{,}36\,pa\partial/c_{_{-{\rm УГЛОВАЯ}}}$ скорость вала

электродвигателя, тогда $M_{_9} = \frac{P_{_9}}{\omega_{_9}} = \frac{7 \cdot 10^3}{75{,}36} = 92{,}9H \cdot M_{_{}}$ -вращающий момент на валу лвигателя.

$$P_{\scriptscriptstyle 5} = P_{\scriptscriptstyle 9} \cdot \eta_{\scriptscriptstyle 23} = 7000 \cdot 0,\!96 = 6720 Bm$$
 -мощность вала 5, тогда

$$M_5 = \frac{P_5}{\omega_5} = \frac{6720}{37,68} = 178,3H \cdot M$$
-вращающий момент на валу 5.

$$P_6 = P_{_3} \cdot \eta_{_{oбщ}} = 7000 \cdot 0,92 = 6440 Bm$$
 - мощность вала 6, тогда

$$M_6 = \frac{P_6}{\omega_6} = \frac{6440}{13.46} = 478,5 H \cdot M$$
 -вращающий момент на валу 6.

5) Привод предназначен для передачи мощности электродвигателя ($P_9 = 7\kappa Bm$, $\omega_9 = 75{,}36\,pa\partial/c$, $M_9 = 92{,}9H\cdot M$) к ведомому валу редуктора 6 ($P_6 = 6440Bm$,

 $\omega_6 = 13,46 \, pao/c$, $M_6 = 478,5 \, H \cdot M$), изменения направления вращения, понижения угловой

скорости с постоянным передаточным отношением $u_{o\delta u_l} = 5.6$ и изменения вращающего момента

Общие потери мощности $P_9 - P_6 = 7000 - 6 = 560Bm = 0,56\kappa Bm$

Привод устроен из электродвигателя, клиноременной (с 2-мя ремнями) и цилиндрической косозубой зубчатой передач.

Клиноременная передача передает вращение без изменения его направления с вала 1 двигателя на вал 5 редуктора, уменьшая угловую скорость в $u_{23}=2$ раза и увеличивая момент вращения в $u_{23}\cdot\eta_{23}=1,9$ раза, теряя при этом

 $P_9 - P_5 = 7000 - 6720 = 280 Bm = 0.28 \kappa Bm$. Шкивы ременной передачи неподвижны относительно валов, на которые они установлены. Передача движения осуществляется за счет сил трения между шкивами и ремнями.

Редуктор передает вращение с вала 5 на вал 6, изменяя направление вращения на противоположное, уменьшая угловую скорость в $u_{78} = 2.8$ раза и увеличивая вращающий момент в $u_{78} \cdot \eta_{78} \cdot \eta_{78}^2 = 2.8 \cdot 0.98 \cdot 0.99^2 = 2.69$ раз. Передача движения осуществляется за счет зацепления зубьев колес.

5. Содержание отчёта:

- 5.1. Номер и название работы.
- 5.2. Формулировка задания.
- 5.3. Кинематическая схема привода.
- 5.4. Подробные расчеты с пояснениями (смотри пример).
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- Определить мощность P_2 на тихоходном валу редуктора, если общий КПД редуктора $\eta=0.95$. Частота вращения быстроходного вала $n_1=630o6$ / мин . Вращающий момент на ведущем валу $T_1=30H\cdot M$.
- Быстроходный вал двухступенчатого зубчатого редуктора имеет частоту вращения $n_1 = 720\,o\delta$ / мин . Определить угловую скорость ω_2 тихоходного вала, если известны числа зубьев колёс редуктора $z_1 = 20$, $z_2 = 60$, $z_3 = 20$, $z_4 = 80$.
- Определить требуемую мощность P_1 электродвигателя, соединённого с редуктором муфтой, если общий КПД редуктора $\eta=0.9$. Частота вращения тихоходного вала $n_2=100\,o6\,/$ мин. Вращающий момент на ведомом валу $T_2=180H\cdot$ м

• Определить общий КПД у редуктора, если мощность на ведущем валу $P_1 = 4 \, \kappa Bm$. Частота вращения на ведомом валу $n_2 = 80 o \delta / muh$. Вращающий момент на ведомом валу $T_2 = 400 H \cdot m$.

8. Литература для подготовки к практической работе:

- 1. Эрдеди А.А. детали машин: Учебник для студентов сред.проф.образования М.: Издательский центр «Академия», 2012
- 2. Курс лекций «Теоретическая механика» преподавателя Тереховой А.И, представленный на сайте дистанционного образования ОГБПОУ «РКЭ» http://rcedistant.r

Практическая работа №10. Расчёт зубчатых цилиндрических и червячных передач

Цель работы: познакомиться с методикой кинематических, геометрических, силовых расчёты зубчатых цилиндрических и червячных передач, расчётов на контактную прочность и изгиб их зубьев.

2. Вопросы для подготовки к выполнению работы:

- Классификация и область применения зубчатых передач.
- Основные характеристики, геометрические, кинематические и силовые соотношения цилиндрических зубчатых передач.
- Виды разрушения и основные критерии работоспособности зубчатых колёс.
- Материалы зубчатых колёс.
- Классификация и область применения червячных передач.
- Основные характеристики, геометрические, кинематические и силовые соотношения цилиндрических зубчатых передач.
- Виды разрушения и основные критерии работоспособности червячных передач.
- Материалы червяка и червячного колеса.

2. Теория расчёта:

2.1. Расчет цилиндрических зубчатых передач.

Приведённая методика расчётов эвольвентных зубчатых передач в основном соответствует стандарту, но содержит некоторые упрощения, которые не оказывают существенного влияния на результаты расчётов и необходимы с точки зрения учебного процесса.

Расчётные формулы в руководстве построены так, что в них применяются только основные и производные единицы СИ (в формулы не входят величины в кратных, дольных и внесистемных единицах), поэтому в экспликациях к формулам не указываются единицы, в которых выражены величины.

2.1.1 Расчёт зубьев на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев

Расчёт на контактную усталость активных поверхностей зубьев является основным видом *проектного* расчёта *закрытых* передач с низкой и средней твёрдостью зубьев, а расчёт на усталость зубьев при изгибе применяется как *проверочный*.

Параметры открытых передач, а также закрытых с высокой твёрдостью активных поверхностей зубьев ($H > 50HRC_3$, их нагрузочная способность лимитируется

изгибной прочностью) определяют из расчёта зубьев на изгиб, причём основным расчётным параметром является нормальный модуль.

Расчёт производят при контакте зубьев **в полюсе зацепления**, так как наибольшие контактные напряжения возникают именно там. Контакт двух зубьев рассматривается как контакт двух цилиндров и, следовательно, является линейным контактом.

Максимальные контактные напряжения при линейном контакте определяются по формуле Герца (Hertz'a):

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q \cdot E_{\Pi P}}{\rho_{\Pi P} \cdot 2\pi (1 - \mu^2)}}, \tag{1}$$

где $q = \frac{F}{b}$ - нагрузка на единицу длины контактной линии;

 $\rho_{\mathit{\PiP}} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2 \, (d_1 + d_2)}$ - приведённый радиус кривизны контактирующих поверхностей;

 $E_{\it ПP} = \frac{2E_1 \cdot E_2}{(E_1 + E_2)}$ - приведённый модуль упругости материалов цилиндров; μ - коэффициент Пуассона.

Введём в расчёт уточняющие коэффициенты и тогда получим формулу для проверочного расчёта на контактную усталость активных поверхностей зубьев стальных цилиндрических колёс:

$$\sigma_H = Z \sqrt{\frac{2T_1(u+1)K_{H\beta}K_{H\nu}}{d_1^3 \psi_{hd} u}} \le \left[\sigma_H\right], \qquad (2)$$

где T_1 - вращающий момент на ведущем валу; $u=\frac{z_2}{z_1}$ - передаточное число; $K_{H\beta}$ - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине зуба (Таблица 4); $K_{H\nu}$ - коэффициент, учитывающий динамичность нагрузок (Таблица 5); d_1 - делительный диаметр шестерни; ψ_{bd} - коэффициент ширины венца колеса относительно делительного диаметра шестерни (Таблица 3).

Приравняв контактное напряжение σ_{H} равным допускаемому $[\sigma_{H}]$, получим формулу для *проектного расчёта*:

$$a = K_a (u+1)_3 \sqrt{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_{h\alpha} [\sigma_H]^2 u^2}},$$
 (3)

где a - межосевое расстояние; $K_a = 4950~\Pi a^{\frac{1}{3}}$ для прямозубых передач, для косозубых и шевронных передач; $\psi_{ba} = \frac{2\,\psi_{bd}}{u+1}$ - коэффициент ширины венца колеса относительно межосевого расстояния.

Расчёт допускаемых контактных напряжений ведётся по формуле

$$\left[\sigma_{H}\right] = \frac{\sigma_{H \, \text{lim} b} Z_{N}}{S_{H}},\tag{4}$$

где $\sigma_{H \, {
m lim} \, b}$ - предел контактной выносливости, соответствующий базе испытаний (Таблица 6); $Z_{\scriptscriptstyle N}$ - коэффициент долговечности; $S_{\scriptscriptstyle H}$ -минимальный коэффициент прочности.

Коэффициент Z_N учитывает возможность повышения допускаемых напряжений для кратковременно работающих передач, когда заданное число циклов изменения напряжений $N_k=60nL_h$ меньше базы испытаний $N_{H\,\mathrm{lim}}$ (Таблица 7); этот коэффициент определяется по формуле $Z_N=\sqrt[6]{\frac{N_{H\,\mathrm{lim}b}}{N_k}}\geq 1$, где L_h - заданная долговечность в часах, n - частота вращения колеса. Для длительно работающих передач, когда $N_k>N_{H\,\mathrm{lim}}$, предел выносливости не изменяется и $Z_N=1$.

Коэффициент $S_H = 1,1$ для зубчатых колёс с однородной структурой материала (нормализация, улучшение, объёмная закалка); $S_H = 1,2$ при неоднородной структуре материала (поверхностная закалка, цементация, азотирование и др.).

Расчёт на контактную усталость прямозубых передач ведётся по колесу, для которого допускаемое напряжение меньше; расчёт косозубых и шевронных передач ведётся по условному допускаемому напряжению $[\sigma_H] = 0.45([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]) \le 1.23[\sigma_{H2}].$

После определения межосевого расстояния a по формуле (3) округляют его значение до ближайшего стандартного из ряда чисел по таблице 8.

Далее определяют модуль: при твёрдости рабочих поверхностей зубьев шестерни и колеса H_1u $H_2 \le 350\,HB$ принимают $m = (0,01...0,02)\,a$; при твёрдости зубьев шестерни $H_1 > 45HRC_3$ и колеса $H_2 \le 350\,HB$ принимают $m = (0,0125...0,025)\,a$; при твёрдости зубьев шестерни и колеса H_1 u $H_2 \ge 45HRC_3$ принимают $m = (0,016...0,0315)\,a$. Значение модуля также округляют до ближайшего стандартного числа по таблице 9.

2.1.2 Расчёт зубьев на усталость при изгибе.

С точки зрения прочности зубьев на изгиб наиболее опасен момент, когда зуб входит в зацепление или выходит из него, а сила нормального давления приложена к вершине зуба. При расчёте на изгиб зуб рассматривается как консольная балка, жёстко защемлённая одним концом, для которой справедлива гипотеза плоских сечений. Кроме того, полагаем, что вся нагрузка воспринимается только одним зубом и направлена она по нормали к его профилю (сила трения не учитывается).

На практике известно, что усталостные трещины возникают у основания зуба в зоне растянутых волокон. Это происходит потому, что основание зуба является местом, где возникают наибольшие напряжения изгиба и концентрация напряжений. Напряжениями сжатия (сравнительно небольшими) будем пренебрегать.

С учётом неравномерности распределения нагрузки по длине зуба

(коэффициент $K_{F\beta}$, см. таблица 11) и динамичности нагрузки в зацеплении (коэффициент $K_{F\nu}$, см. таблица 10) получим формулу для проверочного расчёта прямозубых колёс

$$\sigma_F = \frac{2T_1 Y_F K_{F\beta} K_{F\nu}}{d_1 b_2 m} \le \left[\sigma_F\right],\tag{5}$$

где Y_F - коэффициент формы зуба, зависящий только от числа зубьев z и выбираемый по таблице 12; b_2 – ширина зубчатого венца колеса.

У косозубых колёс длина зуба больше, чем у прямозубых, поэтому в расчётную формулу вводится коэффициент $Y_{\beta}=1-\frac{\beta}{140^{\circ}}$, учитывающий угол наклона β линии зуба. Таким образом, формула для *проверочного расчёта косозубых колёс* имеет вид

$$\sigma_F = \frac{2T_1 Y_F Y_\beta K_{F\beta} K_{F\nu}}{d_1 b_2 m_n} \le \left[\sigma_F\right],\tag{6}$$

где m_n - нормальный модуль зубьев; Y_F - коэффициент формы зуба, зависящий только от эквивалентного числа зубьев $z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$ и выбираемый по таблице 12.

Формула для проектного расчёта на изгиб имеет вид

$$m_{n} = K_{m} \sqrt[3]{\frac{T_{2} K_{F\beta} Y_{F1}}{u z_{1}^{2} \psi_{bd} [\sigma_{F1}]}},$$
(7)

где K_{m} =1,4 для прямозубых; K_{m} =1,12 для косозубых (расчёт ведётся по шестрени).

Расчёт допускаемых контактных напряжений ведётся по формуле

$$\left[\sigma_F\right] = \frac{\sigma_{F \, \text{lim}b} Y_N Y_A}{S_F},\tag{8}$$

где $\sigma_{F \lim b}$ - предел контактной выносливости, соответствующий базе испытаний (Таблица 6); Y_N - коэффициент долговечности; S_F - минимальный коэффициент прочности; Y_A - коэффициент реверсивности нагрузки.

Коэффициент Y_N учитывает возможность повышения допускаемых напряжений для кратковременно работающих передач, когда заданное число циклов изменения напряжений $N_k = 60nL_h$ меньше базы испытаний $N_{F \text{lim}}$ (для всех видов сталей $N_{F \text{lim}} = 4 \cdot 10^6$ циклов); этот коэффициент определяется по формуле $Y_N = \sqrt[4]{\frac{N_{F \text{lim}b}}{N_k}} \ge 1$, где L_h - заданная долговечность в часах, n - частота вращения колеса; q = 9 при поверхностном упрочнении зубьев, q = 6 для однородной структуры материала. Для длительно работающих передач, когда $N_k > N_{F \text{lim}}$, предел выносливости не изменяется и $Y_N = 1$.

Коэффициент $S_F=1,4\dots 1,7$ выбирают в зависимости от марки стали и термообработки (см. таблицы стандарта)

После определения значения модуля m_n по формуле (7) его округляют до ближайшего стандартного значения по таблице 9.

Для обеспечения одинаковой долговечности ведущего и ведомого колёс шестерню делают из более прочного материала, но прочность зуба также зависит от его формы. Поэтому сравнительную оценку прочности зубьев при изгибе можно провести по отношению $\frac{[\sigma_F]}{Y_F}$ для ведущего и ведомого колёс, проверочный расчёт ведут по колесу, для которого это отношение меньше.

2.1.3 Основные геометрические размеры колеса и шестерни.

После определения значения межосевого расстояния a из условия контактной прочности или значения модуля m зубьев из условия прочности на изгиб определяют остальные геометрические параметры передачи:

Геометрические параметры передачи	Прямозубая передача	Косозубая передача
Угол наклона линии зуба	$\beta = 0$	$\sin \beta_{\min} = \frac{4m_n}{b_2}$
Диаметр делительной окружности	d = mz	$d = \frac{m_n z}{\cos \beta}$
Межосевое расстояние	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$
Число зубьев шестерни	$z_1 = \frac{2a}{m(1+u)}, z_{1\min} = 17$	$z_1 = \frac{2a \cdot \cos \beta}{m_n (1+u)}$
Число зубьев колеса	$z_2 = u z_1$	$z_2 = u z_1$
Шаг зубьев	$p = \pi m$	$p_n = \pi \; m_n$ -нормальный $p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}$ - окружной
Высота головки зуба	$h_a = m$	$h_a = m_n$
Высота ножки зуба	$h_f = 1,25m$	$h_f = 1,25m_n$

Высота зуба	$h = h_a + h_f = 2,25m$	$h = h_a + h_f = 2,25m_n$
Диаметр вершин зубьев	$d_a = d + 2h_a = m(z+2)$	$d_a = d + 2h_a$
Диаметр впадин зубьев	$d_f = d - 2h_f = m(z - 2,5)$	$d_f = d - 2h_f$
Ширина венца колеса	$b_2 = \psi_{bd} \cdot d_1$	$b_2 = \psi_{bd} \cdot d_1$

Учитывая возможное осевое смещение зубчатых колёс при сборке передачи, ширину венца шестерни принимают на несколько миллиметров больше, чем ширину венца колеса.

При расчёте деталей машин полученные расчётом линейные размеры (диаметры, длины, высоты) необходимо округлить (как правило в большую сторону) до предпочтительных чисел (Таблица 11) и после этого необходимо сделать проверочный расчёт на контактную прочность и изгиб.

2.1.4. Силы, действующие в зацеплении.

Силы	Прямозубая передача	Косозубая передача
Окружная сила	$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$	$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$
Радиальная сила	$F_r = F_t \cdot tg\alpha \ (\alpha = 20^\circ)$	$F_r = \frac{F_t \cdot tg \alpha}{\cos \beta}$
Осевая сила		$F_a = F_t \cdot tg\beta$

Во избежание больших осевых сил ограничиваются значениями $\beta = 8^{\circ} \dots 20^{\circ}$.

Основными критериями работоспособности червячных передач являются износостойкость активных поверхностей и изгибная прочность зубьев червячного колеса.

2.2. Расчет червячных передач

2.2.1. Расчёт на контактную прочность зубьев червячного колеса

Этот расчёт должен обеспечивать не только отсутствие усталостного разрушения поверхностей зубьев, но и отсутствие заедания.

В основу расчёта положены формула Герца для определения наибольшего контактного напряжения σ_{H} и нормальная нагрузка на единицу длины контактных линий.

Ориентировочно принимают коэффициент диаметра червяка $q \approx \frac{z_2}{4}$ и округляют до ближайшего стандартного значения (Таблица 17); тогда упрощённо формулу для *проверочного расчёта* червячных передач на контактную усталость можно записать в следующем виде:

$$\sigma_H = \frac{480\,000}{d_2} \sqrt{\frac{KT_2}{d_1}} \le \left[\sigma_H\right],\tag{1}$$

где d_1 - делительный диаметр червяка; d_2 - делительный диаметр червячного колеса; $T_2 = \frac{P_1\eta}{\varpi_2}$ - вращающий момент на валу червячного колеса (ориентировочно принимают $\eta = 0.95 \bigg(1 - \frac{u}{400}\bigg)$); $\left[\sigma_H\right]$ - допускаемое контактное напряжение; K - коэффициент нагрузки: при постоянной нагрузке K=1, при переменной нагрузке K=1,1...1,3 (большие значения для высокоскоростных передач). Коэффициент нагрузки при расчёте червячных передач невелик, так как они работают плавно, бесшумно и хорошо прирабатываются.

При проектном расчёте основным расчётным параметром является межосевое расстояние a. Приравняв контактное напряжение σ_H равными допускаемому напряжению $[\sigma_H]$, получим формулу для *проектного расчёта* цилиндрических червячных передач:

$$a = 6100_3 \sqrt{\frac{KT_2}{|\sigma_H|^2}} \ . \tag{2}$$

Значения допускаемых контактных напряжений $[\sigma_{H0}]$ для червячных колёс из оловянных бронз и стальных червяков при базе испытаний $N_{H \, \text{lim}} = 10^7$ циклов нагружения приведены в таблице 16. Для определения значения допускаемого контактного напряжения $[\sigma_H]$ при заданном числе циклов $N_k = 60 n_2 L_h$ (L_h - заданная долговечность),

отличном от базы испытаний, в расчёт вводится коэффициент долговечности $Z_N=\sqrt[8]{\frac{10^7}{N_k}}$, тогда

$$\left[\sigma_{H}\right] = \left[\sigma_{H0}\right] \cdot Z_{N}. \tag{3}$$

Значения допускаемых контактных напряжений $[\sigma_H]$ для червячных колёс из чугуна или безоловянной бронзу и стальных червяков выбирают независимо от циклов нагружений по таблице 15.

По величине межосевого расстояния определяют расчётный модуль m по формуле

$$m = \frac{2a}{q + z_2},\tag{4}$$

округляя его до ближайшего стандартного значения по таблице 16, а затем уточняют значение $a=\frac{m(q+z_2)}{2}$.

После установления основных параметров передачи определяют размеры червяка и колеса, вычисляют скорость скольжения $v_s = \frac{\omega_1 d_1}{2\cos\gamma}$, находят расчётное значение КПД $\eta = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma+\varphi')}$ (приведённый угол трения φ' определяют по таблице 18) и вращающего момента $T_2 = \frac{P_1\eta}{\omega_2}$ на валу червячного колеса, а затем проводят *проверочный расчёт*, сравнивая расчётное контактное напряжение с допускаемым, причём недогрузка желательна не более 10 %, а перегрузка не должна превышать 5 %.

2.2.2 Геометрические параметры червяка и червячного колеса.

Геометрические параметры передачи	Червяк
Угол профиля витка в осевом сечении	$lpha=20^{\circ}$
Число винтовых червяка	При $u = 814$ $z_1 = 4$,
	при $u = 1628 z_1 = 2$,
	при $u > 31,5$ или для самотормозящей передачи
	$z_1 = 1$
Делительный диаметр	$d_1 = qm \ (q \approx \frac{z_1}{4})$
Высота головки витка червяка	$h_{a1} = m$
Высота ножки витка червяка	$h_{f1} = 1,2m$
Высота витка червяка	$h_1 = h_{a1} + h_{f1} = 2,2m$
Диаметр вершин витков	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = m(q+2)$
Диаметр впадин витков	$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = m(q - 2,4)$
Длина нарезанной части червяка	При $z_1 = 1;2$ $b_1 \ge (11 + 0,06z_2)m$,
	при $z_1=4$
	$b_1 \ge (12,5+0,09z_2)m$
Делительный угол подъёма линии витка	$tg\gamma = \frac{z_1}{q}$
Расчётный шаг червяка	$p = m\pi$

Ход червяка	$p_z = pz_1$
Trop repaired	$P_z - P_{-1}$

Геометрические параметры передачи	Червячное колесо
Делительный диаметр	$d_2 = z_2 m$
Число зубьев червячного колеса	$z_2 = z_1 \cdot u$,
	(рекомендовано $28 \le z_2 < 80$)
Высота головки зуба	$h_{a2}=m$
Высота ножки зуба	$h_{f2} = 1,2m$
Высота витка червяка	$h_2 = h_{a2} + h_2 = 2,2m$
Диаметр вершин зубьев	$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = m(z_2 + 2)$
Диаметр впадин зубьев	$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = m(z_2 - 2,4)$
Наибольший диаметр червячного колеса	$d_{ae2} \le d_{a2} + \frac{6m}{z_1 + 2}$
Ширина венца колеса	При $z_1 \le 3$ $b_2 \le 0.75 \cdot d_{a1}$,
	при $z_1 = 4$ $b_2 \le 0.67 \cdot d_{a1}$
Межосевое расстояние	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(q + z_2)}{2}$

2.2.3 Расчёт зубьев червячного колеса на усталость при изгибе.

Указанный расчёт является проверочным и аналогичен расчёту зубьев цилиндрических косозубых колёс.

Формула для *проверочного расчёта* зубьев червячного колеса на усталость при изгибе имеет вид

$$\sigma_F = \frac{1.5 K T_2 Y_{F2} \cos \gamma}{m^3 q z_2} \le \left[\sigma_F\right],\tag{5}$$

где К - коэффициент нагрузки: при постоянной нагрузке K=1, при переменной нагрузке K=1,1...1,3; Y_{F2} - коэффициент формы зуба, принимаемый по таблице 19 по эквивалентному числу зубьев $z_{v2}=\frac{z_2}{\cos^3\gamma}$; γ - угол подъёма линии витка червяка; $[\sigma_F]$ - допускаемые напряжения изгиба.

Допускаемые напряжения изгиба $[\sigma_F]$ для зубьев червячного колеса устанавливаются в зависимости от материала, способа отливки и характера нагружения (реверсивное, нереверсивное). Значения $[\sigma_{F0}]$ при базе испытаний $N_{F \text{lim}} = 10^6$ циклов нагружений приведены в таблице 20. Для определения значения допускаемого напряжения изгиба при расчётном числе циклов $N_k = 60n_2L_h$ (L_h - заданная долговечность) табличное значение $[\sigma_{F0}]$ следует умножить на коэффициент долговечности $Y_N = \sqrt[8]{\frac{10^6}{N_k}} \le 1$; если $N_k < 10^6$, то его принимают равным базе испытаний $N_{F \text{lim}} = 10^6$; если $N_k > 25 \cdot 10^7$, то принимают $N_k = 25 \cdot 10^7$.

2.2.4. Силы, действующие в зацеплении.

Червяк	Червячное колесо
$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}$	$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}$
$F_{a1} = F_{t2}$	$F_{a2} = F_{t1}$
$F_{r1} = F_{a1} \cdot tg\alpha \ (\alpha = 20^{\circ})$	$F_{r2} = F_{a1} \cdot tg\alpha$
	$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}$ $F_{a1} = F_{t2}$

3. Задания для практической работы:

Критерии оценки - задание должно быть выполнено полностью.

Выполнено без ошибок - «зачет»

Вариант № 1.

Рассчитать прямозубую передачу одноступенчатого цилиндрического редуктора общего назначения. Вращающий момент на ведущем валу $M_1=135,6\,H\cdot M$, на ведомом валу - $M_2=526\,H\cdot M$. Частота вращения ведущего вала $n_1=480\,o o / MuH$, передаточное число u=4. Передача нереверсивная. Нагрузка близкая к постоянной. Редуктор предназначен для длительной работы. Расположение зубчатых колёс симметричное. Технический ресурс передачи $L_h=1000\,u$. Для изготовления шестерни и колеса принять наиболее распространённую сталь 45 с термообработкой — улучшение. Выбрать: для шестерни твёрдость $H_1=280\,HB$; для колеса $H_2=250\,HB$ (При твёрдости прямозубых колёс $\leq 350\,$ для лучшей приработки зубьев и их равномерного из изнашивания должно

выполняться условие $H_1 - H_2 = 20...30$, а для косозубых колёс $H_1 - H_2 = 60...80$; при твёрдости обоих колёс > 350HB (до $50...60HRC_3$) колёса не прирабатываются и для них не требуется обеспечивать разность твёрдостей зубьев шестерни и колеса).

Вариант № 3.

Рассчитать косозубую передачу одноступенчатого цилиндрического редуктора общего назначения . Вращающий момент на ведущем валу $M_1=135,6\,H\cdot m$, на ведомом валу - $M_2=526\,H\cdot m$. Частота вращения ведущего вала $n_1=480\,o o/muh$, передаточное число u=4 . Передача нереверсивная. Нагрузка близкая к постоянной. Редуктор предназначен для длительной работы. Расположение зубчатых колёс симметричное. Технический ресурс передачи $L_h=1000\,v$. Для изготовления зубчатых колёс выбрать одну и ту же марку стали $40{\rm XH}$, но с различной термообработкой: для шестерни — улучшение и закалка ТВЧ поверхности зубьев до твёрдости $H_1=51HRC_9$ ($\approx 510HB$); для колеса — улучшение с твёрдостью $H_2=285\,HB$. При этом обеспечена разность твёрдости $H_1-H_2=225>80$.

Вариант № 5.

Рассчитать основные параметры и размеры открытой прямозубой одноступенчатой цилиндрической передачи. Мощность на ведомом валу $P_2=15\kappa Bm$, угловая скорость ведомого вала $\omega_2=25\ pad/c$, передаточное число передачи u=3. Передача нереверсивная, нагрузка постоянная. Технический ресурс передачи $L_h=2000\ u$. Валы устанавливают на шариковых опорах, расположение зубчатых колёс — консольное. Учитывая, что передача открытая и не быстроходная, в качестве материала принимаем для шестерни и колеса сталь $45\ (S_F=1,7)$ с различной термообработкой: для шестерни — улучшение (однородная структура материала), средняя твёрдость $H_1=210\ HB$; для колеса — нормализация (однородная структура материала), средняя твёрдость $H_2=180\ HB$.

Вариант № 7.

Рассчитать основные параметры и размеры косозубой передачи одноступенчатого цилиндрического редуктора с твёрдостью активных поверхностей зубьев $H > 50~HRC_{_9}$. мощность на ведущем валу $P_1 = 10~\kappa Bm$, частота ведущего вала $n_1 = 1440~o6/muh$, номинальное передаточное число u = 5. Передача нереверсивная, нагрузка постоянная. Технический ресурс передачи $L_h = 1000~v$. Расположение зубчатых колёс — симметричное. В качестве материала зубчатых колёс передачи примем сталь 12XH3A, цементированную (неоднородная структура материала) и закалённую до твёрдости $57...63~HRC_{_9}$.

Вариант № 9.

Рассчитать основные параметры и размеры косозубой передачи одноступенчатого цилиндрического редуктора с прирабатывающимися зубьями. Мощность на ведущем валу редуктора $P_1=10\ \kappa Bm$, частота вращения ведущего вала $n_1=1440\ o \delta/\ muh$, номинальное передаточное число u=5. Передача нереверсивная, нагрузка постоянная. Технический ресурс передачи $L_h=1000\ v$. Для изготовления зубчатых колёс выбрать одну и ту же марку стали $40\mathrm{X}$, но с различной термообработкой: для шестерни – улучшение и закалка ТВЧ поверхности зубьев до твёрдости $H_1=325HB$; для колеса – улучшение с твёрдостью $H_2=270\ HB$. При этом обеспечена разность твёрдостей $H_1-H_2=55$.

Вариант № 2.

Рассчитать основные параметры и размеры передачи одноступенчатого редуктора с нижним расположением архимедова червяка. Мощность на валу червяка $P_1=7~\kappa Bm$, угловая скорость $\omega_1=100~pa\partial/c$, передаточное число u=20. Нагрузка постоянная, нереверсивная. Технический ресурс передачи $L_h=20\,000~v$. Венец червячного колеса изготовлен из алюминиевой бронзы БрА9Ж4Л . Центральную часть червячного колеса выполнена из серого чугуна СЧ10. Червяк изготовлен из стали 45X, закалённой до твёрдости 45 HRC $_3$, с последующим шлифованием рабочих поверхностей витков.

Вариант №4.

Рассчитать основные параметры и размеры передачи одноступенчатого редуктора с нижним расположением архимедова червяка. Мощность на валу червяка $P_1=2.6~\kappa Bm$, угловая скорость $\omega_1=150.7~pa\partial/c$, передаточное число u=20. Нагрузка постоянная, нереверсивная. Технический ресурс передачи $L_h=20\,000~v$. Венец червячного колеса изготовлен из алюминиевой бронзы БрА9ЖЗЛ, отливка в кокиль. Червяк изготовлен из стали $20\mathrm{X}$ с закалённой до твёрдости $60~\mathrm{HRC}_{_2}$, с последующим шлифованием рабочих поверхностей витков.

Вариант № 6.

Рассчитать закрытую червячную передачу с нижним расположением червяка. Мощность на валу червяка $P_1=4~\kappa Bm$, число оборотов червяка $n_1=960~of/$ мин, передаточное число редуктора u=20. Венец червячного колеса изготовлен из бронзы БрА9Ж4Л; червяк из стали 40ХН. Передача реверсивная; работает с незначительными колебаниями нагрузки и толчками. Технический ресурс передачи $L_h=20\,000~v$.

Вариант № 8.

Рассчитать червячную передачу редуктора общего назначения с ресурсом работы $L_h=20\,000~u$. Момент на ведомом валу $T_2=216\,H\cdot M$, угловая скорость ведущего вала $\omega_1=103~pad/c$, ведомого $\omega_2=6.5~pad/c$. Передача реверсивная. Нагрузка, близкая к

постоянной. Червяк изготовлен из стали 45 твёрдостью 45 HRC $_{_{9}}$ с последующим шлифованием. Венец червячного колеса изготовлен из бронзы БрО10Ф1 (отливка в кокиль).

Вариант №10.

Рассчитать основные параметры и размеры передачи одноступенчатого редуктора с нижним расположением архимедова червяка. Мощность на валу червяка $P_1=2,6\ \kappa Bm$, угловая скорость $\omega_1=150,7\ pa\partial/c$, передаточное число u=20 . Нагрузка постоянная, нереверсивная. Технический ресурс передачи $L_h=20\,000\ v$. Венец червячного колеса изготовлен из алюминиевой бронзы БрА9ЖЗЛ, отливка в кокиль. Червяк изготовлен из стали $20\mathrm{X}$ с закалённой до твёрдости $60\ \mathrm{HRC}_{_2}$, с последующим шлифованием рабочих поверхностей витков.

4. Порядок выполнения работы:

Расчет зубчатых цилиндрических передач.

- 4.1. Подобрать материал зубчатых колёс.
- 4.2. Определить значение межосевого расстояния a из условия контактной прочности (см. п. 2.2.1) или значение модуля m зубьев из условия прочности на изгиб (см. п. 2.2.2).

Расчёт на контактную усталость активных поверхностей зубьев является основным видом *проектного* расчёта *закрытых* передач с низкой и средней твёрдостью зубьев, а расчёт на усталость зубьев при изгибе применяется как *проверочный*.

Параметры открытых передач, а также закрытых с высокой твёрдостью активных поверхностей зубьев ($H > 50HRC_{_{9}}$, их нагрузочная способность лимитируется изгибной прочностью) определяют из расчёта зубьев на изгиб, причём основным расчётным параметром является нормальный модуль.

- 4.3. Вычислить основные геометрические размеры колеса и шестерни (см. п. 2.2.3).
- 4.4. Рассчитать усилия в зацеплении (см. п. 2.2. 4).
- 4.5. Сделать проверочный расчёт на контактную усталость (см. п. 2.2.1.).

Расчёт на контактную усталость прямозубых передач ведётся по колесу, для которого допускаемое напряжение меньше; расчёт косозубых и шевронных передач ведётся по условному допускаемому напряжению $[\sigma_H] = 0.45([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]) \le 1.23[\sigma_{H2}].$

4.6. Сделать проверочный расчёт на усталость при изгибе (см. п. 2.2.).

Для обеспечения одинаковой долговечности ведущего и ведомого колёс шестерню делают из более прочного материала, но прочность зуба также зависит от его формы. Поэтому

сравнительную оценку прочности зубьев при изгибе можно провести по отношению $\frac{[\sigma_F]}{Y_F}$

для ведущего и ведомого колёс, проверочный расчёт ведут по колесу, для которого это отношение меньше.

Расчет червячных передач.

- 4.1.Вычислить ориентировочное значение КПД редуктора по формуле $\eta = 0.95 \left(1 \frac{u}{400}\right)$.
- 4.2.Выбираем число винтовых линий z_1 червяка в зависимости от передаточного числа u (см. п. 2.2.2) и число зубьев червячного колеса z_2 (см. п. 2.2.2).
- 4.3.Определить ориентировочное значение скорости скольжения по формуле $v_s = 4.3 \cdot 10^{-4} n_1 \sqrt[3]{T_2}$ и подбирают материал для червячной пары.
- 4.4.Проектный расчёт: определить межосевое расстояние a. Далее определить расчётный модуль m (см. п. 2.2.1).
- 4.5.Вычислить основные геометрические размеры червяка и червячного колеса (см п. 2.2.2).
- 4.6.Вычислить фактическое значение скорости скольжения $v_s = \frac{\omega_1 d_1}{2\cos\gamma}$ и КПД

$$\eta = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma + \varphi')}.$$

- 4.7. Провести проверочный расчёт на контактную прочность (см. п. 2.2.1) и изгиб (см. п. 2.2.3).
- 4.8. Определить силы, действующие в зацеплении (см. п. 2.2.4)

5. Содержание отчёта:

- 5.1. Номер и название работы.
- 5.2. Цель работы
- 5.3. Формулировка задания.
- 5.4. Расчёты к п.п. 4.1.-4.8. (формулы сначала записывать в буквенном виде, а потом подставлять числа, обосновывать выбор коэффициентов)
- 5.5. Вывод о проделанной работе.

6. Контрольные вопросы:

- 6.1. Какой вид расчёта и при каких обстоятельствах является основным (проектным), а какой проверочным?
- 6.2. Назовите основные расчётные геометрические параметры при проектных расчётах.

- 6.3. Объясните, почему в расчётные формулы (1) (8) вводят уточняющие коэффициенты $(K_{F\beta}), K_{H\nu}$ $(K_{F\nu}), Y_F, Y_{\beta}, \psi_{bd}$ $(\psi_{ba}), Y_N$ $(Z_N), Y_A$ и по какому принципу подбирают каждый коэффициент.
- 6.4. Какой вид расчёта червячной передачи и является основным (проектным), а какой проверочным?
- 6.5. Назовите основной расчётный параметр при проектном расчёте червячной передачи.
- 6.6. Объясните, почему в расчётные формулы (1) (5) вводят уточняющие коэффициенты K, Y_F , Y_N (Z_N) , q и по какому принципу подбирают каждый из них.

7. Список литературы:

- Боков В.Н./Детали машин.-М.:Высш. шк., 1964.-624 с.
- Курсовое проектирование деталей машин: Учеб. пособие для техникумов / С.А. Чернавский, Г.М. Ицкович, К.Н. Боков и др. М.: Машиностроение, 1979. 351 с.
- Фролов М.И./Техническая механика: Детали машин: Учеб. для машиностр. спец. техникумов.-М.: Высш. шк., 1990.-352с.
- Вереина Л.И. Техническая механика: Учеб. Для нач. проф. Образования: Учеб. Пособие для сред. проф. образования. –М.: ПрлфОбр-Издат, 2002.-176с.
- Эрдеди А.А., Эрдеди А.Н. / Детали машин: Учебник для студентов сред. проф. образования.-М.: Издательский центр «Академия», 2003 г.-288 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1. Расчетные сопротивления (допустимые напряжения) стали и алюминия.

Материал	Марка, класс	ГОСТ	Расчетное сопр	отивление
_	_		По пределу	На сдвиг
			текучести, на	
			растяжение и	
			сжатие	
Сталь	C-235		230	130
прокатная	C-245	27772-88	240	140
	C-345		335	190
Алюминий,	AMr2M		68	39
деформируемый	AMr2Π		147	88
	АДЗ1Т		54	34
	АД31Т1		147	88
Сталь	A-I		225	-
арматурная	A-II		280	-
горячекатаная	A-III		355	-
	d=68мм			-
	A-III		365	-
	d=1040мм			-

Таблица 2. Площади и координаты центров тяжести фигур

Фигуры	Площадь, формула	Абсцисса центра тяжести	Ордината центра тяжести
h y C x	S = hl	$x = \frac{l}{2}$	$y = \frac{h}{2}$
h y C	$S = \frac{1}{2}hl$	$x = \frac{l}{3}$	$y = \frac{h}{3}$
y Z	$S = \frac{\pi d^2}{4}$	$x = \frac{d}{2}$	$y = \frac{d}{2}$

Таблица 3. Коэффициент ширины венца колеса относительно делительного диаметра шестерни ψ_{bd} (для зубчатых передач).

Расположение колеса	Твёрдость рабочих повер	Твёрдость рабочих поверхностей зубьев				
относительно опор	<i>H</i> ₂ ≤350 <i>HB</i> или	H_1 и $H_2 > 350 HB$				
	H_1 и $H_2 \le 350 \ HB$					
	$oldsymbol{\psi}_{bd}$					
Симметричное	0,81,4	0,41,0				
Несимметричное	0,61,2	0,30,5				
Консольное	0,30,4 0,20,25					

Стандартные значения ψ_{ba} : 0,1; 0,125; 0,16; 0,2; 0,25; 0,315; 0,4; 0,5; 0,63; 0,8; 1,0; 1,25.

Таблица 4. Коэффициенты неравномерности распределения нагрузки по длине зуба $K_{H\beta}$ (для зубчатых передач).

Расположение	Твёрдость	$K_{H\beta}$ в	зависимо	сти от коэф	фициента у	y_{bd}
шестерни относительно опор	поверхности зубьев	0,2	0,4	0,6	0,8	1,2
	колеса НВ					
Симметричное	≤ 350	1,01	1,02	1,03	1,04	1,07
	> 350	1,01	1,02	1,04	1,07	1,16
Несимметричное	≤ 350	1,03	1,05	1,07	1,12	1,19
	> 350	1,06	1,12	1,2	1,29	1,48
Консольное, опоры-	≤ 350	1,08	1,17	1,28		
шарикоподшипники	> 350	1,22	1,44			
Консольное, опоры-	≤ 350	1,06	1,12	1,19	1,27	
роликоподшипники	> 350	1,11	1,25	1,45		

Таблица 5. Коэффициент, учитывающий динамичность нагрузки K_{Hv} (для зубчатых передач).

Степень точности	Твёрдость, НВ	$K_{\scriptscriptstyle H\nu}$ при окружной скорости, м/с					
		1	2	4	6	8	10
7	≤ 350	1,04 / 1,01	1,07 / 1,03	1,14 / 1,05	1,21 / 1,06	1,29 / 1,07	1,36 /
							1,08
	> 350	1,03 / 1,00	1,05 / 1,01	1,09 / 1,02	1,14 / 1,03	1,19 / 1,03	1,24 /
							1,04
8	≤ 350	1,04 / 1,01	1,08 / 1,03	1,16 / 1,05	1,24 / 1,06	1,32 / 1,07	1,40 /
							1,08
	> 350	1,03 / 1,01	1,06 / 1,01	1,10 / 1,02	1,16 / 1,03	1,22 / 1,04	1,26 /
							1,05
9	≤ 350	1,05 / 1,01	1,10 / 1,03	1,20 / 1,05	1,30 / 1,07	1,40 / 1,09	1,50 /
							1,12
	> 350	1,04 / 1,01	1,07 / 1,01	1,13 / 1,02	1,20 / 1,03	1,26 / 1,04	1,32 /
							1,05

В числителе даны значения для прямозубых, а в знаменателе — для косозубых колёс. $H \le 350 \Rightarrow H_2 \le 350 \, HB$; $H > 350 \Rightarrow H_1$ и $H_2 > 350 \, HB$.

Степень точности выбирается в зависимости от окружной скорости зубчатых колёс $v = \frac{\omega_1 d_1}{2}$ по таблице:

Вид	Степень точности (по нормам плавности)			тавности)	
передачи	зубьев	6-я 7-я 8-я 9-я Предельная окружная скорость , v, м/с			
Цилиндрическая	Прямые	15	10	6	2
	Косые	30	15	10	4
Коническая	Прямые	12	8	4	1,5
	Круговые	20	10	7	3

Таблица 6. Экспериментальные значения $\sigma_{H \, {
m lim} b}$ для некоторых марок сталей, соответствующие базе испытаний $N_{H \, {
m lim}}$ в зависимости от способа термообработки (для зубчатых передач).

• Способ термической и химико-терической обработки	Средняя твёрдость поверхностей зубьев	Стали	$\sigma_{H ext{lim} b}$, Мпа	$\sigma_{F ext{lim} b}$, MIIa
Обжиг; Нормализация; Улучшение	<i>H</i> ≤ 350 <i>HB</i>	45, 50, 40X, 40XH	$2H_{HB} + 70$	1,75H _{HB}
Объёмная и поверхностная закалка	3850 <i>HRC</i> ₉	40X, 35XM, 35XΓCA, 40XH	$17H_{HRC_{2}} + 200$	500700
Цементация и нитроцементация	Более 56 <i>HRC</i> _э	20X, 12XH3A, 18XFT, 20XH	$23H_{HRC_{2}}$	700950
Азотирование	350750 HV	40X, 38ХМЮА	1050	580770

Таблица 7. База испытаний, соответствующая длительному пределу $N_{H \ {
m lim}}$ выносливости (для зубчатых передач).

Средняя	HB	200	250	300	350	400	450	500	550	600
твёрдость	HRC_{3}		27	34	39	44	48	53	57	61
поверхности										
зубьев										
$N_{H \lim b}$,		10	17	25	37	50	68	80	100	120
млн. циклов										

Таблица 8. Стандартные значения а (для зубчатых передач), мм.

1-й ряд	40	50	63	80	100	125	160	200	250
2-й ряд						140	180	225	280
1-й ряд	315	400	500	630					
2-й ряд	355	450	560						

Таблица 9. Стандартные значения т (для зубчатых передач), мм.

1-й ряд	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6
2-й ряд	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7
1-й ряд	8	10	12						
2-й ряд	9	11	14						

Таблица 10. Коэффициенты динамичности нагрузок $K_{{\scriptscriptstyle F}{\scriptscriptstyle V}}$ (для зубчатых передач).

Степень точности	Твёрдость, НВ	K_{Fv} при	окружной	і скорости	ı, м/c		
		1	2	4	6	8	10
7	≤ 350	1,08 / 1,03	1,16 / 1,06	1,33 / 1,11	1,50 / 1,16	1,62 / 1,22	1,80 /
							1,27
	> 350	1,03 / 1,01	1,05 / 1,02	1,09 / 1,03	1,13 / 1,05	1,17 / 1,07	1,22 /
							1,08
8	≤ 350	1,10 / 1,03	1,20 / 1,06	1,38 / 1,11	1,58 / 1,17	1,78 / 1,23	1,96 /
							1,29
	> 350	1,04 / 1,01	1,06 / 1,02	1,12 / 1,03	1,16 / 1,05	1,21 / 1,07	1,26 /
							1,08
9	≤ 350	1,13 / 1,04	1,28 / 1,07	1,50 / 1,14	1,72 / 1,21	1,98 / 1,28	2,25 /
							1,35
	> 350	1,04 / 1,01	1,07 / 1,02	1,14 / 1,04	1,21 / 1,06	1,27 / 1,08	1,34 /
							1,09

В числителе даны значения для прямозубых, а в знаменателе – для косозубых колёс.

$$(H \le 350 \Rightarrow H_2 \le 350 \, HB$$
; $H > 350 \Rightarrow H_1 \text{ M } H_2 > 350 \, HB)$

Степень точности выбирается в зависимости от окружной скорости зубчатых колёс $v = \frac{\omega_1 d_1}{2}$ по таблице:

Вид	Вид		Степень точности (по нормам плавности)						
передачи	зубьев	6-я	8-я	9-я					
		Предельная окружная скорость , v, м/с							
Цилиндрическая	Прямые	15	10	6	2				
	Косые	30	15	10	4				
Коническая	Прямые	12	8	4	1,5				
	Круговые	20	10	7	3				

Таблица 11. Коэффициенты неравномерности распределения нагрузки по длине зуба $K_{{\scriptscriptstyle F}{\beta}}$ (для зубчатых передач).

Расположение	Твёрдость	$K_{F\beta}$ в зав	исимости	от коэффиг	циента ψ_{ba}	l
шестерни относительно опор	поверхности зубьев колеса НВ	0,2	0,4	0,6	0,8	1,2
Симметричное	≤ 350 > 350	1,01 1,02	1,03 1,04	1,05 1,08	1,07 1,14	1,14 1,3
Несимметричное	≤350 >350	1,05 1,09	1,1 1,18	1,17 1,3	1,25 1,43	1,42 1,73
Консольное, опоры- шарикоподшипники	≤ 350 > 350	1,16 1,33	1,37 1,7	1,64		
Консольно, опоры- роликоподшипники	≤ 350 > 350	1,1 1,2	1,22 1,44	1,38 1,71	1,57	

Таблица 12. Коэффициент формы зуба Y_F (для зубчатых передач).

Z_1, Z_v	17	20	25	30	40	50	60	И более
Y_F	4,26	4,09	3,90	3,80	3,70	3,66	3,62	3,60

В цилиндрических зубчатых передачах общего машиностроения (в частности, в редукторах) число зубьев меньшего колеса рекомендуется принимать равным $z_1 = 20...25$.

Таблица 13. Предпочтительные числа и их ряды.

Наименование ряда	Примеры нормальных линейных размеров, мм
R_a 5	10, 16, 25, 40, 63, 100, 160, 250, 400,
R_a 10	10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160,
R_a 20	10, 11, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40,
R_a 40	10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 53; 56; 60; 63; 67; 71; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 120; 125; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190; 200;;500
	Примечание: При выборе размеров предпочтение нужно отдавать размерам из ряда с более крупной градацией (размеры ряда R_a 5 следует предпочитать размерам ряда R_a 10 и т.д.)

Таблица 14. Допускаемые контактные напряжения $\left[\sigma_{H0}\right]$ для червячных колёс при базе испытаний $N_{H \mathrm{ lim}}=10^7$.

Материал и способ отливки	$oxedsymbol{\left[\sigma_{H0} ight]}$ при твёрдости поверхности витков червяка $\mathit{HRC}_{\scriptscriptstyle 9}$, МПа					
OIJINDKII						
	<45	≥45				
БрО10Ф1, в песок	130	160				
БрО10Ф1, в кокиль	190	225				
БрО10Н1Ф1, центробежная	210	250				

Таблица 15. Допускаемые контактные напряжения $\left[\sigma_{{\scriptscriptstyle H}}\right]$ для червячных колёс.

Материал			$oxedsymbol{\left[\sigma_{H} ight]}$ при скорости скольжения v_{S} (м/с), МПа								
червяка	Червячного	0,25	0,5	1	2	3	4	6			
	колеса										
Сталь 20; 20X, цементуемая (H> 45 HRC _Э)	СЧ15, СЧ18	160	130	115	90						
Сталь 45, Ст6	СЧ15, СЧ18	140	110	90	70						
Сталь закалённая	БрА9Ж4Л		250	230	210	180	160	120			

Ориентировочное значение скорости скольжения определяют по формуле $v_{\rm S} = 4, 3 \cdot 10^{-4} \, n_1 \sqrt[3]{T_2}$.

Таблица 16. Стандартные значения т (для червячных передач), мм.

1-й ряд	1,0	1,25	1,6	2,0	2,5	3,15	4,0	5,0	6,3	8,0	10
2-й ряд	1,5				3	3,0	3	,5	6,0	7,0	12

1-й ряд	8,0	10,0	12,5	16,0	20,0	25,0
2-й ряд	7,1	9,0	11,2	14,0	18,0	22,4

Таблица 18. Приведённый угол трения φ' (для червячных передач).

v_{s} , M/C	arphi'	v_s , M/c	φ'
0,01	5°40′6°50′	2,5	1°40′2°20′
0,10	4°30′5°10′	3,0	1°30′2°00′
0,50	3°10′3°40′	4,0	$1^{\circ}20^{\prime}1^{\circ}40^{\prime}$
1,00	$2^{\circ}30'3^{\circ}10'$	7,0	1°00′1°30′
1,50	$2^{\circ}20'\dots2^{\circ}50'$	10,0	$0^{\circ}55'1^{\circ}20'$
2,00	$2^{\circ}00'\dots2^{\circ}30'$	15,0	$0^{\circ}48'1^{\circ}00'$

Таблица 19. Коэффициент формы зуба $Y_{{\scriptscriptstyle F}2}$ червячного колеса.

z_{v2}	20	24	26	28	30	32	35	37	40
Y_{F2}	1,98	1,88	1,85	1,80	1,76	1,71	1,64	1,61	1,55
Z_{v2}	45	50	60	80	100	150	300		
Y_{F2}	1,48	1,45	1,40	1,34	1,30	1,27	1,24		

Таблица 20. Допускаемые напряжения изгиба $\left[\sigma_{{\scriptscriptstyle FO}}\right]$ (для червячных переач).

Материал и способ отливки	$[\sigma_{\scriptscriptstyle FO}]$, МПа			
	Нереверсивное	Реверсивное		
	нагружение	нагружение		
БрО10Ф1, в песок	40	29		
БрО10Ф1, в кокиль	58	42		
БрО10Н1Ф1, центробежный	65	46		
БрА9Ж4Л, в песок	78	64		
СЧ10 »	34	21		
СЧ15 »	38	24		
СЧ18 »	43	27		